



ارزیابی پایداری ورق‌ها، کمانش کلی ستون‌ها و کمانش پیچشی-جانبی تیرهای فولادی تقویت شده با ورق‌های GFRP به روش الگوسازی اجزاء محدود

حسین عموشاهی^{۱*}، محمد قاسمی تبار^۲

۱- استادیار، مهندسی عمران، دانشگاه اصفهان، اصفهان

۲- کارشناس ارشد، مهندسی عمران، موسسه آموزش عالی دانش پژوهان اصفهان، اصفهان

* اصفهان، صندوق پستی ۸۱۷۴۶-۷۳۴۴۱، h.amoushahi@eng.ui.ac.ir

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۰۳/۲۳، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۹/۲۱)

چکیده

کمانش موضعی ورق‌ها، کمانش ستون‌های توخالی و کمانش پیچشی-جانبی تیرهای I شکل از جمله آسیب پذیری‌های عضوهای فولادی در برابر کمانش هستند. در این پژوهش به کمک نرم افزار اجزاء محدود ABAQUS، تاثیر ورق‌های GFRP در بهبود رفتار پایداری ورق‌ها و مقطع‌های فولادی ارزیابی گردیده است. نتیجه‌ها نشان می‌دهد استفاده از ورق‌های GFRP در تقویت ورق‌های فولادی منجر به افزایش ظرفیت کمانش آن‌ها به ویژه برای ورق‌های با نسبت لاغری بالاتر می‌گردد. همچنین، بکارگیری این روش در تقویت ستون منجر به افزایش ظرفیت حمل بار آن می‌گردد و برای مقاوم سازی تیرهای I شکل، در به تاخیر انداختن کمانش پیچشی-جانبی به ویژه زمانی که از بال و جان با نسبت پهنا به ضخامت بالاتری در مقطع استفاده شده باشد، موثر است.

واژگان کلیدی

کامپوزیت‌های GFRP، عضوهای فولادی، کمانش، تقویت کردن، نرم افزار ABAQUS

Stability Behavior of Steel Plates and Sections Retrofitted with GFRP Plates using Finite Elements Modeling

H. Amoushahi, M. Ghasemitabar

Abstract

Local buckling of steel plates, buckling of hollow columns and lateral-torsional buckling of I-shaped beams are some of the vulnerabilities of steel members against buckling. In this study, the effect of GFRP plates on improvement of stability behavior of steel plates and sections was evaluated using ABAQUS finite element software. The results indicate that using GFRP plates for strengthening steel plates leads to an enhancement in their buckling capacity, particularly for plates with higher slenderness ratio. Also, strengthening columns with GFRP plates leads to enhancement in their load carrying capacity and for retrofitting of I-shaped beams by increasing critical buckling load can be effective to delay lateral-torsional buckling, specially when the flange and web have a higher width-to-thickness ratio.

Keywords

GFRP composites, Steel members, Buckling, Strengthening, ABAQUS software



در بعضی از عضوهای سازه‌های فولادی ممکن است پیش از آن که تنش‌ها بر اساس معیار مقاومت به حد تنش تسلیم برسند یا در نقاط مختلف سازه مفصل خمیری تا آستانه گسیختگی تشکیل شود، کمانش اتفاق بیفتد. کمانش به معنای ناپایداری عضو، تحت اثر تغییر شکل‌های جانبی زیاد به علت نیروها و یا تنش‌های فشاری می‌باشد. با توجه به اهمیت موضوع کمانش در مبحث پایداری سازه‌ها، آیین‌نامه‌ها توجه ویژه‌ای به مسئله ناپایداری موضعی و کلی داشته‌اند. از اینرو، پژوهشگران نیز روش‌های متنوعی را به منظور تقویت و مقاوم سازی عضوهای سازه‌های فولادی در برابر کمانش استفاده نموده‌اند.

استفاده از کامپوزیت‌های FRP به عنوان روشی نوین برای تقویت عضوهای سازه‌های فولادی در سال‌های اخیر مطرح شده است. بکارگیری این روش دارای مزیت‌هایی نسبت به روش‌های مرسوم و متداول تقویت سازه‌های فولادی نظیر اتصال ورق‌های فولادی اضافی با پیچ یا جوش به مقطع می‌باشد. کامپوزیت‌های FRP دارای نسبت مقاومت به وزن بالایی هستند، به راحتی خم می‌شوند و در سطح سازه‌های فولادی قرار می‌گیرند [۱]. این در حالی است که اتصال ورق‌های فولادی اضافی به منظور تقویت سازه به دلیل وزن سنگین ورق‌ها و انعطاف پذیر نبودن آن‌ها مشکل‌هایی را به همراه دارد.

کاربرد کامپوزیت‌های FRP^۱ در مهندسی عمران در طی دو دهه گذشته محدود به تقویت و مقاوم سازی سازه‌های بتنی بوده است. به تازگی استفاده از این مواد به عنوان روشی نوین برای تقویت عضوهای سازه‌های فولادی مطرح گردیده و پژوهش‌های متنوعی در این زمینه انجام شده است که مهم ترین آن‌ها متوجه استفاده از کامپوزیت‌های FRP در افزایش مقاومت جزءهای مقطع‌های سازه‌های فولادی در برابر کمانش بوده است.

در این زمینه می‌توان به پژوهش Earls و Accord [۲] در سال ۲۰۰۶ اشاره کرد. این پژوهش بر روی استفاده از روشی مبتنی بر اضافه کردن ورق‌های FRP، جهت مهاربندی جزءهای سطح مقطع تیر I شکل فولادی در برابر کمانش موضعی متمرکز شد. نتیجه‌ها نشان داد استفاده از ورق‌های FRP در تقویت تیر کنسول، می‌تواند به مهاربندی جزءهای سطح مقطع تیر در برابر وقوع کمانش موضعی کمک کند. در پژوهشی دیگر Zhao و Al-Mahaidi [۳] در سال ۲۰۰۹، با انجام آزمایش‌هایی بر روی تیرهای فولادی سبک تقویت شده با چیدمان مختلف کامپوزیت CFRP^۲ تحت نیروهای تکیه‌گاهی انتهایی، نشان دادند استفاده از

این روش در تقویت تیر موجب افزایش قابل توجه ظرفیت کمانش جان مقطع، زمانی‌که از ورق CFRP در هردو لبه جان استفاده می‌شود، خواهد شد. El-Tawil و همکارانش [۴] نیز در سال ۲۰۱۱، به کمک نمونه‌های آزمایشگاهی نشان دادند با بکارگیری ورق CFRP در ناحیه مفصل خمیری عضوهای خمشی، می‌توان با بهبود رفتار سازه‌ای از وقوع کمانش موضعی جلوگیری کرد.

Kabir و Seif [۵] در سال ۲۰۱۰، اقدام به بررسی دو نمونه تیر I شکل تقویت شده به وسیله ورق‌های FRP نمودند. در نمونه اول هر دو بال تیر و در نمونه دوم تنها بال پایینی تقویت گردید. نتیجه‌ها نشان داد که با تقویت بال‌های تیر I شکل می‌توان به طور قابل توجهی ظرفیت کمانش پیچشی-جانبی تیر را افزایش داد. Ghafoori و Motavalli [۶] نیز در سال ۲۰۱۵، با ارزیابی تاثیر مقدار پیش تنیدگی ورق‌های CFRP بر رفتار کشسانی خطی و همچنین، مقاومت کمانش پیچشی-جانبی تیرهای فولادی، نشان دادند پیش تنیدگی این ورق‌ها تاثیر قابل توجهی بر افزایش مقاومت کمانش تیرهای تقویت شده دارد.

در زمینه تقویت ورق‌های فولادی به وسیله کامپوزیت‌های FRP، Siddique و El Damatty [۷] در سال ۲۰۱۲ اقدام به ارزیابی میزان افزایش ظرفیت کمانش آن‌ها در نتیجه چسباندن ورق‌های GFRP^۳، با بکارگیری یک الگو المان محدود نمودند. در این پژوهش، ورق‌ها با سه و نیز چهار لبه با تکیه‌گاه مفصلی در نظر گرفته شد. نتیجه‌ها نشان می‌دهد استفاده از ورق‌های GFRP تاثیر بیشتری بر افزایش ظرفیت کمانش ورق‌های با سه لبه با تکیه‌گاه ساده خواهد داشت. ایشان در پژوهشی دیگر در سال ۲۰۱۳ [۸]، به کمک همان الگو المان محدود نشان دادند که می‌توان با تقویت تیرهای فولادی بال پهن به وسیله ورق‌های GFRP، اقدام به مهاربندی بال فشاری که در معرض کمانش موضعی قرار دارد نمود.

از جمله دیگر موارد استفاده از کامپوزیت‌های FRP، بکارگیری آن‌ها در تقویت عضوهای فشاری سازه‌های فولادی نظیر ستون‌ها و مهاربندها است. در این راستا Park و همکارانش [۹] در سال ۲۰۱۳، اقدام به ارائه نتیجه‌های آزمایشگاهی و تحلیلی بارگذاری محوری مقطع‌های ستون مربعی توخالی فولادی تقویت شده به وسیله ورق‌های CFRP نمودند. نتیجه‌ها نشان داد که با بکارگیری این روش در تقویت ستون می‌توان با به تاخیر انداختن کمانش موضعی در دو لبه موازی مقطع ستون، ظرفیت حمل بار محوری ستون را افزایش داد. همچنین، Ritchie و همکارانش [۱۰] در سال ۲۰۱۴، به منظور افزایش



مقاومت محوری ستون با مقطع I شکل اقدام به بررسی رفتار کمانش کلی نمونه‌ها در نتیجه چسباندن ورق‌های CFRP به بال مقطع نمودند. در پژوهشی دیگر Gao و همکارانش [۱۱] در سال ۲۰۱۳، به منظور بررسی تاثیر نوارهای CFRP بر رفتار کمانش کلی بادهندهای فولادی لوله‌ای دایره‌ای بلند، با انجام آزمایش‌هایی نشان دادند با استفاده از نوارهای CFRP در پوشاندن دور تا دور بادهند می‌توان مقاومت و سختی آن را به طور قابل توجهی افزایش داد.

در پژوهش حاضر به ارزیابی رفتار پایداری ورق‌ها و مقطع‌های فولادی تقویت شده به وسیله ورق‌های GFRP، پرداخته شده است. کمانش موضعی ورق‌ها، کمانش پیچشی-جانبی تیرهای I شکل و کمانش ستون‌های توخالی از جمله آسیب پذیری‌های عضوهای فولادی در برابر کمانش هستند که در این پژوهش مورد بررسی قرار گرفته‌اند. برای ورق‌های فولادی با در نظر گرفتن دو نوع ورق مستطیلی و مربعی، تاثیر پارامترهایی نظیر شرایط مرزی و نسبت پهنا به ضخامت ورق فولادی مورد ارزیابی قرار گرفته است. در ادامه با بررسی پنج نمونه تیر فولادی I شکل اقدام به ارزیابی تاثیر ابعاد مقطع بر ظرفیت کمانش پیچشی-جانبی تیرهای I شکل تقویت شده با چیدمان مختلف ورق GFRP شده است. همچنین، تاثیر نوع

مقطع ستون فولادی و بررسی نحوه چیدمان ورق GFRP با ضخامت‌های مختلف در مقطع ستون از موارد بررسی در زمینه ارزیابی رفتار کمانشی ستون‌های تقویت شده مورد پژوهش می‌باشد. برای کلیه نمونه‌های مورد بررسی تاثیر افزایش ضخامت ورق GFRP بر افزایش ظرفیت کمانش نمونه تقویت شده نیز ارزیابی گردیده است.

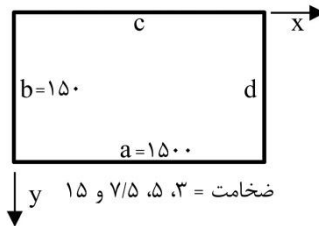
۲- معرفی نمونه‌های مورد بررسی

در این قسمت مشخصه‌های هندسی نمونه‌های مورد پژوهش برای ورق‌ها، تیر I شکل و ستون فولادی و نیز نحوه تقویت آن‌ها با ورق GFRP آورده شده است

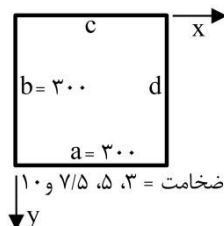
۲-۱- ورق‌های فولادی

نمونه‌های مورد پژوهش شامل دو نمونه ورق فولادی مستطیلی (نوع I) و مربعی (نوع II) می‌باشد. برای هر دو نوع ورق‌ها، طول و عرض ورق ثابت نگاه داشته شده و ضخامت آن متغیر در نظر گرفته شده است. شرایط تکیه‌گاهی مختلفی نیز برای ورق فولادی در نظر گرفته شده و ورق تحت تاثیر نیروهای فشاری در جهت محور x قرار گرفته است. مشخصه‌های هندسی و شرایط مرزی ورق‌های فولادی نوع I و II به ترتیب در جدول (۱) و (۲) ارائه گردیده است.

جدول ۱- مشخصه‌های هندسی و شرایط مرزی ورق نوع I

شرایط مرزی در لبه‌ها				ابعاد (mm)	نمونه
مفصلی	گیردار	گیردار هدایت شونده	آزاد	 ضخامت = ۳، ۵، ۷/۵ و ۱۵	ISSS ICCC ISCSC ICSCS ISGSG ICCCF ISCSF ISGSF
abcd	---	---	---		
---	abcd	---	---		
bd	ac	---	---		
ac	bd	---	---		
bd	---	ac	---		
---	bcd	---	a		
bd	c	---	a		
bd	---	c	a		
bd	---	c	a		

جدول ۲- مشخصه‌های هندسی و شرایط مرزی ورق نوع II

شرایط مرزی در لبه‌ها				ابعاد (mm)	نمونه
مفصلی	گیردار	گیردار هدایت شونده	آزاد	 ضخامت = ۳، ۵، ۷/۵ و ۱۰	IICCC IISCSC IICSCS IISGSG IISSSF IICCCF IISCSF IISGSF
abcd	---	---	---		
bd	ac	---	---		
ac	bd	---	---		
bd	---	ac	---		
bd	---	---	a		
---	bcd	---	a		
bd	c	---	a		
bd	---	c	a		
bd	---	c	a		

از ورق GFRP با ضخامت‌های متغیر ۹/۵ mm، ۱۲/۵ mm، ۱۵/۵ mm و ۱۹ mm برای تقویت ورق‌های فولادی استفاده شده است. اندازه هر دو نوع ورق‌های مستطیلی و مربعی و ضخامت در نظر گرفته شده برای ورق‌های GFRP، مطابق پژوهش Siddique و El Damatty [۷] لحاظ گردیده‌اند. همچنین، فرض شده که ورق GFRP تمام سطح ورق فولادی را بپوشاند. بنابراین، طول و عرض ورق GFRP مشابه ورق‌های فولادی خواهد بود.

۲-۲- تیرهای I شکل

نمونه‌ها شامل پنج تیر I شکل شامل چهار تیر ورق و یک نیم‌رخ IPE با مشخصه‌های هندسی مطابق با جدول (۳) می‌باشد. در حالت کلی ۷ نوع چیدمان ورق GFRP با ضخامت‌های ۶/۳۵ mm، ۹/۵ mm، ۱۲/۵ mm و ۱۵/۵ mm بررسی شده است. ضخامت در نظر گرفته شده برای ورق GFRP مطابق پژوهش Siddique و El Damatty [۸] لحاظ گردیده‌اند. همچنین، اندازه و مشخصه‌های تیرهای I شکل به صورت اختیاری و به منظور بررسی تاثیر مقادیرهای متفاوت لاغری بال و جان الگوها در نتیجه‌ها انتخاب شده‌اند. شکل (۱) نحوه چیدمان ورق GFRP مورد استفاده برای تقویت تیر را نشان می‌دهد. عرض ورق GFRP که برای تقویت بال تیر مورد استفاده قرار گرفته است معادل عرض بال هر نمونه در نظر گرفته شده است. همچنین، عرض ورق GFRP مورد استفاده

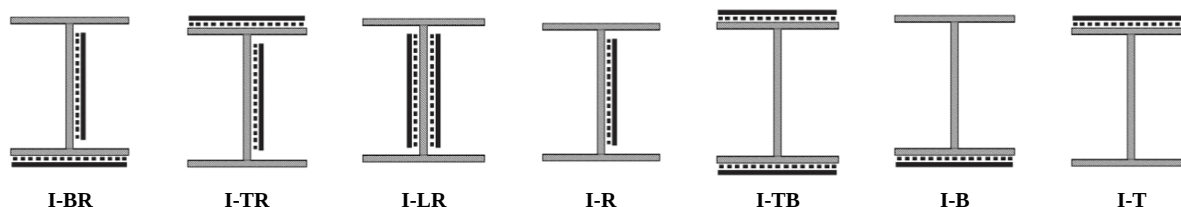
برای تقویت جان نمونه‌ها ۲۸ cm انتخاب گردید. طول ورق GFRP نیز برای تمامی نمونه‌ها به اندازه طول دهانه تیر در نظر گرفته شده است. تیر در دو انتها دارای تکیه‌گاه مفصلی بوده و فرض شده تنها در دو انتها دارای مهار جانبی است. همچنین، تیر I شکل تحت بار گسترده یکنواخت بر روی بال خود قرار گرفته است.

۲-۳- ستون‌های فولادی

نمونه‌های مورد پژوهش شامل چهار نمونه ستون متشکل از یک ستون کوتاه و سه نمونه ستون بلند با مشخصه‌های هندسی مطابق با جدول (۴) می‌باشد. ستون کوتاه مورد بررسی مشابه نمونه مورد استفاده در آزمایش Park و همکارانش [۹] انتخاب شده است. همچنین، سایر الگوها به صورت اختیاری و به منظور بررسی تاثیر نوع مقطع و مقادیرهای متفاوت لاغری بال و جان آن در نتیجه‌ها انتخاب گردیده‌اند. ستون در دو انتها دارای تکیه‌گاه مفصلی بوده و تحت نیروی محوری فشاری که بر سطح مقطع آن اعمال شده، قرار گرفته است. برای ستون‌های با مقطع قوطی شکل، چهار حالت چیدمان ورق GFRP مطابق شکل (۲) و برای ستون‌های با مقطع I شکل سه حالت چیدمان مطابق شکل (۳) در نظر گرفته شده است. همچنین، از ورق GFRP با ضخامت‌های متغیر ۹/۵ mm، ۱۲/۵ mm، ۱۵/۵ mm و ۱۹ mm مطابق پژوهش Siddique و El Damatty [۷] برای تقویت ستون‌ها استفاده شده است.

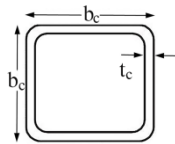
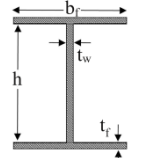
جدول ۳- مشخصه‌های هندسی تیرهای I شکل

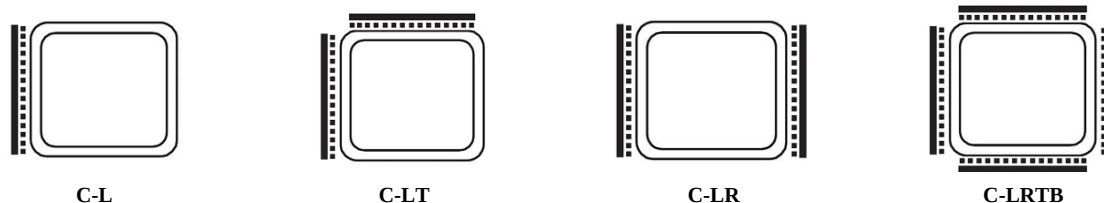
نمونه	طول دهانه (cm)	ابعاد جان (cm)		لاغری جان		ابعاد بال (cm)		لاغری بال
		t_w	h	h/t_w	b_f	t_f	$b_f/2t_f$	
Beam1	۴۰۰	۰/۶۲	۳۶	۵۸/۰۶	۱۵	۰/۸۱	۹/۲۶	
Beam2	۴۰۰	۰/۵۴	۳۶	۶۶/۶۷	۱۵	۰/۶۲	۱۲/۰۹	
Beam3	۴۰۰	۰/۸	۳۲	۴۰/۷۵	۲۰	۱/۲	۸/۳۳	
Beam4	۴۰۰	۰/۶۲	۳۲	۵۱/۶۱	۱۸	۰/۹۴	۹/۵۷	
IPE400	۴۰۰	۰/۸۶	۳۷/۳	۴۳/۳۷	۱۸	۱/۳۵	۶/۶۷	



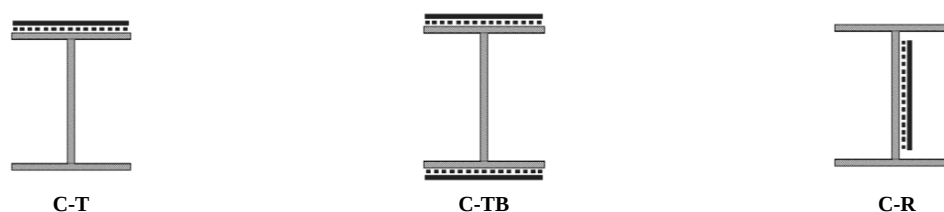
شکل ۱- نحوه چیدمان ورق GFRP مورد استفاده برای تقویت تیر I شکل

جدول ۴- مشخصه‌های هندسی ستون‌های مورد بررسی

ابعاد (cm)		ارتفاع (cm)	نمونه	مقطع
t_c	b_c			
۰/۲۳	۱۴/۲۶	۴۲/۷۸	S-COL	
۰/۳	۹	۲۴۰	L-COL	
t_f	b_f	t_w	h	
۱/۷	۲۴	۱	۲۰/۶	
۰/۸۴	۱۸	۰/۶	۲۴	
			۲۴۰	IPB 240
			۲۴۰	I-COL



شکل ۲- نحوه چیدمان ورق GFRP مورد استفاده برای تقویت نمونه‌های S-COL و L-COL



شکل ۳- نحوه چیدمان ورق GFRP مورد استفاده برای تقویت نمونه‌های IPB240 و I-COL

۳- مشخصه‌های مصالح

مشخصه‌های مکانیکی فولاد و کامپوزیت GFRP بر اساس مقدارهای موجود در پژوهش Siddique و El Damatty [۷] به ترتیب در جدول (۵) و (۶) نمایش داده شده است. چسب مورد استفاده برای چسباندن ورق GFRP به عضو فولادی دارای مشخصه‌های داده شده در جدول (۷) می‌باشد. مقدارهای ارائه شده مطابق نتیجه‌های پژوهش‌های Abushagur و El Damatty [۱۲] در نظر گرفته شده است. ایشان در سال ۲۰۰۳، اقدام به انجام پژوهش‌های تحلیلی و آزمایشگاهی به منظور ارزیابی رفتار برشی و نرمال اتصالات چسبیده شده فولاد و کامپوزیت FRP نمودند. پژوهش‌های نخستین توسط ایشان به منظور تعیین نوع چسبی که بالاترین مقاومت را برای این اتصال فراهم کند، صورت گرفت. نتیجه‌های پژوهش منجر به انتخاب چسب متاکریلات گردید. Siddique و El Damatty [۷] نیز از همین نوع چسب در پژوهش خود به منظور ارزیابی میزان افزایش

ظرفیت کماتش ورق‌های فولادی تقویت شده به وسیله ورق‌های GFRP استفاده نمودند.

۴- صحت سنجی روش الگوسازی در نرم افزار

در پژوهش حاضر، الگوسازی با استفاده از نرم‌افزار اجزاء محدود ABAQUS [۱۳] انجام گردیده است. نتیجه‌های بدست آمده به منظور اطمینان از صحت عملکرد نرم‌افزار با رابطه‌های تئوری موجود، نتیجه‌های پژوهش‌های آزمایشگاهی و اجزاء محدود مقایسه شده است. ابتدا به منظور صحت سنجی روش الگوسازی کماتش ورق فولادی، کماتش پیچشی-جانبی تیر I شکل و نیز کماتش ستون از رابطه‌های تئوری موجود در این زمینه استفاده گردیده است. سپس برای الگوسازی اتصال عضو فولادی و کامپوزیت FRP از نمونه آزمایشگاهی پژوهش Siddique و El Damatty [۷] در سال ۲۰۱۲ کمک گرفته شده است.

جدول ۵- مشخصه‌های مکانیکی فولاد [۷]

نوع فولاد	ضریب کشسانی (MPa)	تنش تسلیم (MPa)	تنش نهایی (MPa)	ضریب پواسون
M350	2×10^5	۳۵۰	۴۸۰	۰/۳

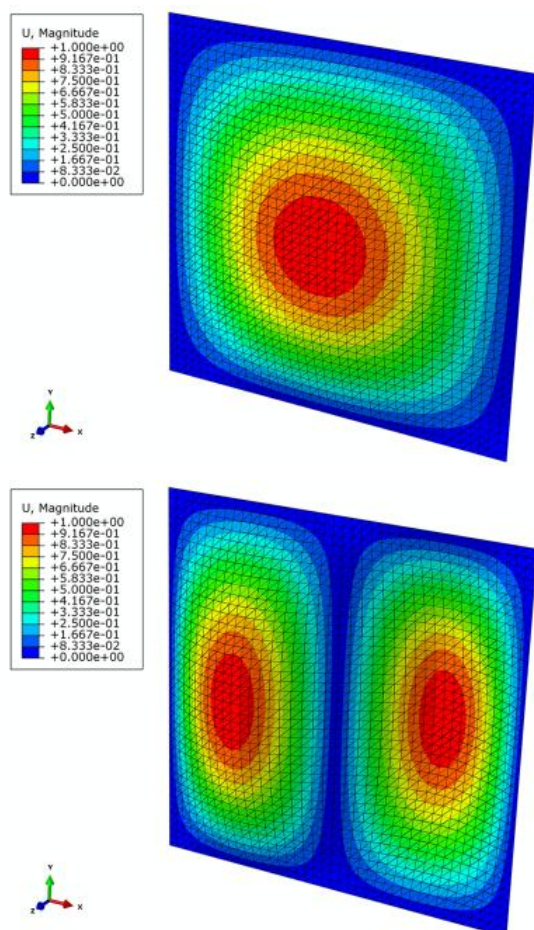
جدول ۶- مشخصه‌های کامپوزیت GFRP [۷]

نوع کامپوزیت	ضریب کشسانی (MPa)	مقاومت خمشی (MPa)	پواسون
EXTREN 525	$1/38 \times 10^5$	۲۰۶/۸	۰/۳۱

جدول ۷- مشخصه‌های چسب [۷]

نوع چسب	سختی برشی (N/mm ²)	سختی نرمال (N/mm ²)	مقاومت برشی (MPa)	مقاومت نرمال (N/mm)
Methacrylate	۲۱/۷۹	۲/۲۶	۱۵/۵	۴/۰
* ضخامت چسب: ۰/۷۹ mm				

مستطیلی به صورت شکل (۴) که عرض و ضخامت آن به ترتیب ۰/۲ m و ۰/۰۲ m ثابت نگاه داشته شده، انتخاب گردیده است. طول ورق متغیر فرض شده است؛ به صورتی که از ۰/۰۱ m شروع و تا ۰/۸۸ m و در بازه‌های ۰/۰۲ m ادامه خواهد یافت. برای الگوسازی ورق‌ها در نرم‌افزار از هر دو المان‌های Solid و Shell جهت مقایسه نتیجه‌های بکارگیری این دو المان در ارزیابی بار بحرانی کمانش ورق‌ها استفاده شده است. پیش از شروع تحلیل کمانش، تعدادی تحلیل بهینه‌یابی به منظور دستیابی به نوع شبکه بندی مناسب صورت پذیرفت. در نهایت، ورق فولادی یک بار به صورت Shell با المان سه گرهی S3 و بار دیگر به صورت Solid با المان بیست گرهی C3D20R با روش تابع اولیه‌گیری کاهش یافته الگوسازی گردید. پس از پایان الگوسازی، تحلیل خطی کمانش در نرم افزار انجام گرفت. شکل (۵) مود شکل‌های اول و دوم حاصل از تحلیل کمانش یک نمونه ورق مربعی با ابعاد ۰/۲ m و ضخامت ۰/۰۲ m که با استفاده از المان Shell الگوسازی شده است را نشان می‌دهد.

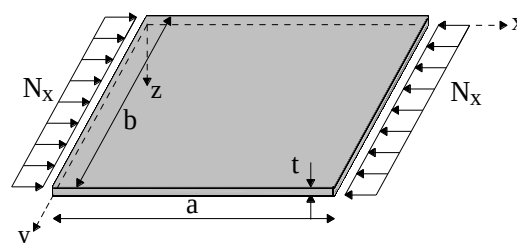


شکل ۵- مود شکل اول و دوم کمانش ورق فولادی

۴-۱- الگوسازی کمانش ورق فولادی

برای یک ورق مستطیلی با شرایط مرزی چهار طرف مفصلی که تحت تاثیر نیروهای محوری فشاری در طول لبه‌های خود در جهت x مطابق شکل (۴) قرار دارد، بار بحرانی کمانش که با N_{cr} نمایش داده می‌شود را می‌توان به صورت رابطه (۱) بیان کرد [۱۵]:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 DK}{b^2} \quad (1)$$



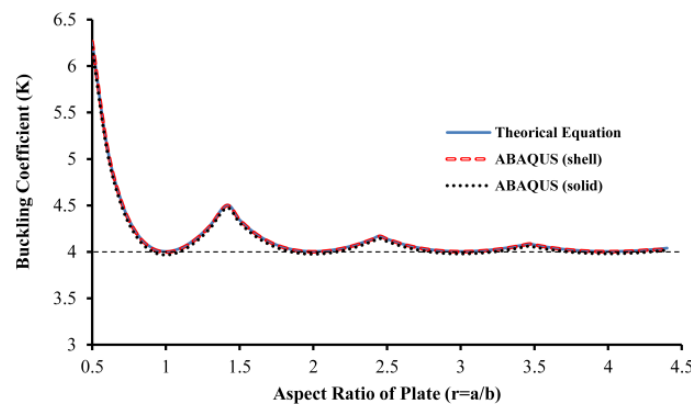
شکل ۴- ورق تحت بار محوری فشاری داخل صفحه در جهت محور x

که در آن D صلبیت خمشی و b عرض ورق می‌باشد. همچنین، K ضریب کمانش موضعی ورق است که از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۱۵]:

$$K = \left(\frac{m}{r} + \frac{r}{m} \right)^2 \quad (2)$$

که در آن r نسبت طول به عرض ورق و m معرف تعداد نیم موج‌های سری فوریه تابع تغییر شکل در جهت x است. به منظور اطمینان از صحت عملکرد نرم افزار یک نمونه ورق

رابطه (۲)، نتیجه‌ها در شکل (۶) به صورت نمودار ضریب کمانش موضعی در برابر نسبت اضلاع ورق با یکدیگر مقایسه شده است.



شکل ۶- نمودار ضریب کمانش موضعی- نسبت طول به عرض برای ورق چهار طرف مفصل مورد پژوهش

$$M_{cr} = C_b \sqrt{\frac{\pi^4}{L_b^4} E C_w E I_y + \frac{\pi^2}{L_b^2} E I_y G J} \quad (3)$$

در رابطه فوق C_b بیانگر تاثیر تغییرات لنگر خمشی در فاصله بین دو تکیه‌گاه جانبی می‌باشد. برای یک تیر I شکل تحت بار گسترده یکنواخت با شرایط تکیه‌گاهی دو سر مفصل که تنها در دو انتها دارای مهار جانبی باشد، می‌توان مقدار C_b را برابر $1/13$ در نظر گرفت [۱۷]. به منظور صحت سنجی روش الگوسازی، برای نمونه‌های ارائه شده در جدول (۳) برای تیرهای I شکل لنگر بحرانی کمانش پیششی-جانبی یک بار با جایگذاری مقدارهای مربوطه توسط رابطه (۳) و بار دیگر پس از الگوسازی در نرم افزار محاسبه و نتیجه‌های به دست آمده با یکدیگر مقایسه شده است. الگوسازی نمونه‌ها در نرم افزار به صورت Shell و با استفاده از المان چهار گرهی S4R با روش تابع اولیه‌گیری کاهش یافته انجام شده است.

به منظور ایجاد شرایط تکیه‌گاهی در دو سر تیر I شکل، مقدارهای تغییر مکان در راستای ارتفاع جان برای تمامی نقاط لبه‌های کناری در دو انتهای تیر، مقدارهای تغییر مکان در راستای عمود بر جان در نقطه میانی جان در دو لبه کناری و مقدارهای تغییر مکان در راستای طول تیر در نقطه میانی جان در یکی از لبه‌های کناری تیر مقید شده است. همچنین، نحوه بارگذاری به صورت اعمال بار گسترده یکنواخت بر روی بال تیرورق در نرم افزار تعریف گردید. در نهایت حل مسئله به کمک تحلیل خطی کمانش در نرم افزار انجام گرفت.

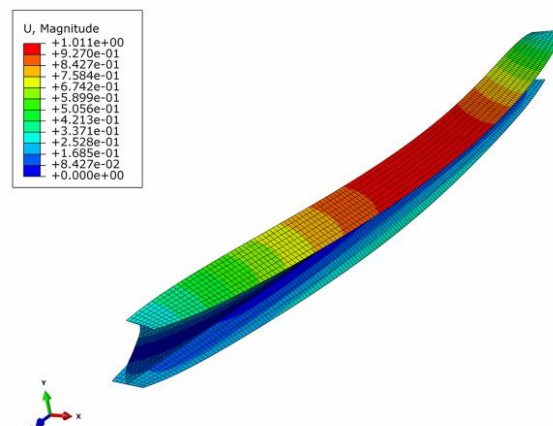
بار بحرانی کمانش نمونه‌ها یک بار توسط رابطه (۱) و بار دیگر پس از الگوسازی، بارگذاری و تحلیل نمونه با بکارگیری المان‌های دو بعدی و سه بعدی در نرم‌افزار محاسبه گردیده و پس از تعیین ضریب کمانش موضعی ورق با استفاده از

همانطور که در شکل (۶) ملاحظه می‌شود، نتیجه‌های حاصل از بکارگیری رابطه‌های تئوری و الگوسازی در نرم افزار با استفاده از المان‌های Solid و Shell برای ورق با نسبت پهنا به ضخامت ۱۰۰، کاملاً با یکدیگر مطابق‌اند. مقایسه‌ای بین نتیجه‌های المان‌های Solid و Shell نشان می‌دهد که انجام تحلیل دو بعدی به جای سه بعدی برای ورق‌های نازک بلامانع است. لیکن با انجام تحلیل‌های دو بعدی برای این ورق‌ها، زمان محاسبه کاهش می‌یابد. در نهایت می‌توان گفت برای ورق‌های نازک با نسبت پهنا به ضخامت بالا همگرایی خوبی بین نتیجه‌های روش اجزاء محدود با نتیجه‌های رابطه‌های تئوری حاصل گردیده است. در این بخش، صحت سنجی الگوسازی کمانش ورق‌های فولادی به کمک رابطه (۱) برای ورق‌های نازک انجام شده است. استفاده از رابطه (۱) در تحلیل ورق‌های ضخیم، با توجه به قابل توجه بودن اثرات ناشی از تغییر شکل برشی، منجر به جواب‌های منطقی نمی‌شود. نتیجه‌های پژوهش نویسندگان [۱۶] نشان می‌دهد به کمک الگوی اجزاء محدود بکار گرفته شده در نرم‌افزار ABAQUS می‌توان برای الگوسازی و تحلیل ورق‌های ضخیم نیز استفاده نمود.

۴-۲- الگوسازی سازی کمانش پیششی-جانبی تیر I شکل
مبحث دهم مقررات ملی ساختمان [۱۷] با در نظر گرفتن حالت خمش خالص به عنوان حالت پایه در محاسبه لنگر کمانش پیششی-جانبی، رابطه (۳) را برای محاسبه آن بیان می‌کند:

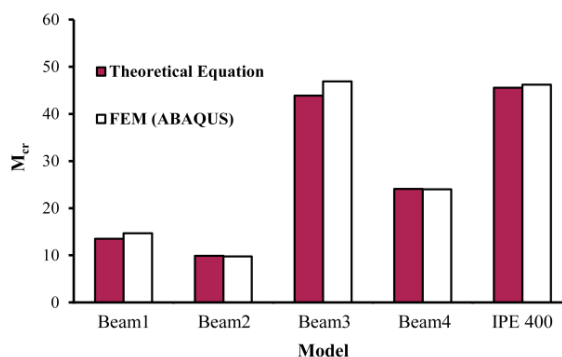


در شکل (۷) حالت کمانش پیچشی-جانبی ایجاد شده در یکی از نمونه‌ها پس از تحلیل کمانش در نرم افزار ارائه گردیده است.



شکل ۷- حالت کمانش پیچشی-جانبی تیر I شکل (Beam3) پس از تحلیل عددی

شکل (۸) مقایسه‌ای میان نتیجه‌های بدست آمده از تحلیل در نرم‌افزار و نتیجه‌های حاصل شده با بکارگیری رابطه‌های تئوری ذکر شده را نشان می‌دهد. همانطور که ملاحظه می‌شود نتیجه‌های بدست آمده همخوانی بسیار خوبی با یکدیگر نشان می‌دهند.



شکل ۸- مقایسه مقادیر لنگر کمانش پیچشی-جانبی بدست آمده از تحلیل در نرم‌افزار و رابطه‌های تئوری برای نمونه‌های مورد بررسی

حاصل ضرب آن در طول ستون معرف طول موثر ستون می‌باشد که فاصله بین نقاط عطف شکل کمانش یافته عضو فشاری است. مبحث دهم مقررات ملی ساختمان [۱۷] مقدار ضریب طول موثر ستون با شرایط تکیه‌گاهی دو سر مفصل را برابر یک بیان می‌کند.

الگوسازی نمونه‌های ارائه شده در جدول (۴) به صورت Shell و با استفاده از المان چهار گرهی S4R با روش تابع اولیه‌گیری کاهش یافته در نرم افزار انجام شده است. برای ایجاد شرایط مرزی دو سر مفصل از یک ورق صلب در دو انتهای ستون استفاده شده است. به این صورت که در انتهای ستون مقدارهای تغییر مکان در راستای هر سه محور مختصات و چرخش در راستای ارتفاع آن مقید گردیده است. در انتهای دیگر ستون نیز مقدارهای تغییر مکان در راستای طول و عرض مقطع ستون محدود شده است. پس از پایان الگوسازی، تحلیل خطی کمانش در نرم افزار انجام گرفت. شکل (۹) حالت کمانش ایجاد شده در ستون کوتاه و یک نمونه از ستون‌های بلند مورد بررسی را نشان می‌دهد. حالت شکست این نمونه به صورت کمانش موضعی متقارن بوده است؛ به گونه‌ای که دو لبه روبرو کمانش داخلی و دو لبه دیگر کمانش خارجی می‌کنند. حالت کمانش ذکر شده مشابه حالت کمانش ایجاد شده در آزمایش همین نمونه در پژوهش Park و همکارانش [۹] می‌باشد. در این نمونه نیز گسیختگی ناشی از کمانش کلی نمونه، به دنبال کمانش موضعی نزدیک وسط طول نمونه مشاهده شده است.

در جدول (۸) مقدارهای بار بحرانی بدست آمده از تحلیل نمونه‌های مورد بررسی در نرم افزار در کنار نتیجه‌های حاصل از بکارگیری رابطه (۴) برای ستون‌های بلند و مقدار ارائه شده در پژوهش Park و همکارانش در سال ۲۰۱۳ [۹] برای ستون کوتاه مورد بررسی آورده شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود نتیجه‌های حاصل شده از نرم افزار از دقت نسبتاً خوبی با رابطه‌های تئوری موجود و نتیجه‌های آزمایشگاهی برخوردار است.

۴-۴- الگوسازی اتصال عضو فولادی و کامپوزیت FRP

در پژوهش حاضر، الگوسازی چسب اتصال عضو فولادی و ورق GFRP با استفاده از المان سه گرهی B32 با مقطع مربعی و طولی برابر ضخامت چسب انجام شده است. ضریب کشسانی و ضریب پواسون چسب به گونه‌ای انتخاب شده است که سختی برشی و نرمال چسب مطابق مقادیر داده شده در جدول (۷)

۴-۳- الگوسازی کمانش ستون فولادی

رابطه موجود برای تعیین بار بحرانی کمانش ستون با هر شرایط مرزی به صورت رابطه (۴) تعریف می‌شود [۱۵]:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(kL)^2} \quad (4)$$

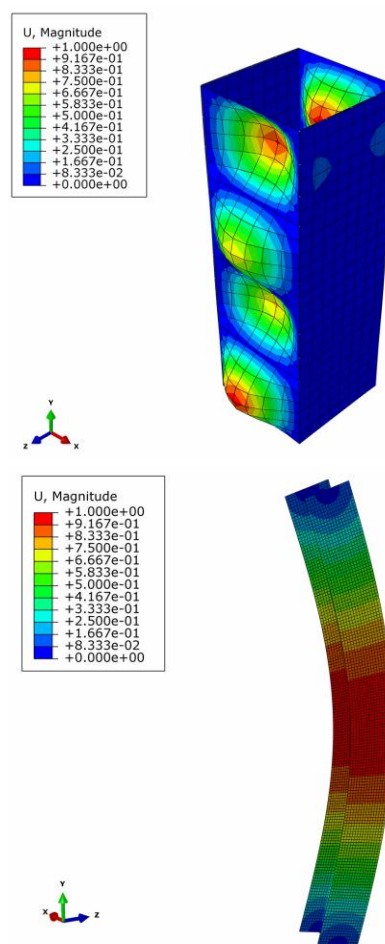
در این رابطه k ضریب طول موثر ستون نامیده شده است و

این آزمایش به منظور کنترل صحت نتیجه‌های الگوی اجزاء محدود برای ارزیابی میزان افزایش ظرفیت کمانش ورق‌های فولادی در نتیجه چسباندن ورق GFRP صورت گرفت. آزمایش انجام گرفته شامل نمونه چسبیده شده ستون فولادی توخالی و ورق‌های GFRP بودند.

ستون فولادی دارای ابعاد $203 \times 203 \times 13 \text{ mm}^3$ و به طول 550 mm و ورق‌های GFRP نیز به ابعاد $254 \times 51 \text{ mm}^2$ و با ضخامت 19 mm بودند. چسب مورد استفاده برای اتصال با ضخامت 0.79 mm انتخاب شد. مساحت ناحیه چسبیده شده $76 \times 51 \text{ mm}^2$ در نظر گرفته شد. ستون فولادی به وسیله یک ورق ضخیم با پیچ محکم به زمین وصل شد. در حالی که ورق GFRP توسط ورق دیگری در تماس با قسمت اعمال بارگذاری قرار داده شد.

مشخصه‌های سه ماده موجود در این اتصال یعنی ستون فولادی، ورق GFRP و چسب مطابق مقادارهای ارائه شده در جدول‌های (۵) تا (۷) می‌باشد. نمونه آماده شده تحت بارگذاری مونوتونیک به صورت تغییر مکان در راستای طول ستون قرار گرفت. در طی آزمایش تغییر مکان درون صفحه ایجاد شده در انتهای ورق GFRP ثبت گردید. به منظور انجام مقایسه‌ای میان نتیجه‌های تحلیل اجزاء محدود و نتیجه‌های حاصل شده از آزمایش ذکر شده، الگویی مشابه آزمایش در نرم افزار المان محدود ABAQUS الگوسازی گردید. به منظور ایجاد شرایط مرزی مشابه نمونه آزمایشگاهی، مقادارهای تغییر مکان و چرخش حول هر سه محور مختصات برای انتهای ستون فولادی مقید گردید.

در مرحله بارگذاری، بار به صورت تغییر مکان به میزان $1/8 \text{ mm}$ در نظر گرفته شده است. این مقدار بار به صفحه فولادی فوقانی متصل به ورق GFRP اعمال شده است. در طول مدت بارگذاری شرایطی در نرم افزار مهیا شد تا تغییر مکان درون صفحه در انتهای ورق GFRP به ثبت رسد. شکل (۱۰) نمودار بار-تغییر مکان قائم انتهای ورق GFRP را برای نمونه شبیه سازی شده در نرم افزار ABAQUS، نمونه آزمایشگاهی و الگوی اجزاء محدود Siddique و El Damatty [۷] را نشان می‌دهد. همانطور که در نمودار ملاحظه می‌شود، نتیجه‌های به دست آمده از الگوی عددی تطابق خوبی با نتیجه‌های الگوی اجزاء محدود و نمونه آزمایشگاهی نشان می‌دهد. همچنین، یکی از مشخصه‌های کامپوزیت‌های FRP، دارا بودن رفتار کشسان خطی قبل از شکست ترد [۱۸] می‌باشد که این موضوع در شکل (۱۰) نمایان است.



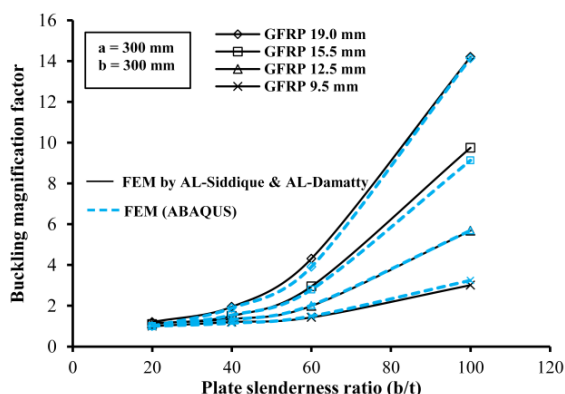
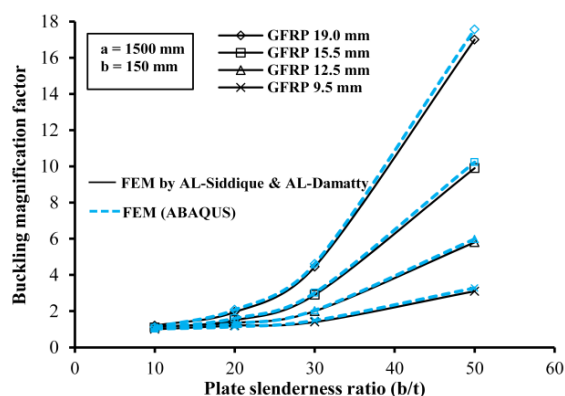
شکل ۹- حالت کمانش نمونه‌های S-COL و IPB 240 پس از تحلیل عددی

جدول ۸- بار بحرانی کمانش نمونه‌های مورد بررسی

اختلاف (%)	بار بحرانی کمانش (kN)			نمونه
	نرم افزار	نتیجه آزمایش	رابطه (۴)	
۶/۵۸	۲۴۳	۲۲۸ [۹]	---	S-COL
۸/۹۰	۴۹۲	---	۴۵۱	L-COL
۲/۴۸	۱۳۱۰۳	---	۱۳۴۲۸	IPB 240
۳/۰۶	۲۷۱۶	---	۲۷۹۹	I-COL

برای ناحیه چسبیده شده فراهم شود. به منظور کنترل حالت شکست به صورت جدا شدن ورق GFRP، مقایسه‌ای میان مقادارهای تنش برشی و نرمال ایجاد شده در چسب و مقادارهای حدی مقاومت ارائه شده برای کلیه نمونه‌های تقویت شده در این پژوهش انجام شده است. به منظور بررسی صحت الگوسازی اتصال عضو فولادی و کامپوزیت FRP از آزمایش انجام شده توسط Siddique و El Damatty [۷] در سال ۲۰۱۲ میلادی، کمک گرفته شده است.





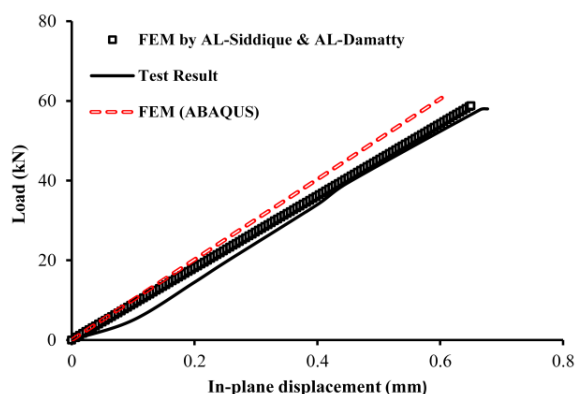
شکل ۱۱- نمودار تغییرات ضریب افزایش کماتش در برابر نسبت پهنا به ضخامت ورق مستطیلی و مربعی

نتیجه‌های یاد شده بیانگر محدوده تغییرات ضریب افزایش کماتش در برابر نسبت لاغری ورق‌های مستطیلی و مربعی تقویت شده به وسیله ورق‌های GFRP می‌باشد. همانطور که در نمودارها مشخص است نتیجه‌های حاصل از تحلیل نمودارها در نرم افزار در مقایسه با نتیجه‌های پژوهش مرجع از دقت بسیار خوبی برخوردار است.

در این بخش با پژوهش‌های انجام شده بر روی نحوه الگوسازی اعضا و مقطع‌های فولادی، ورق GFRP و چسب اتصال بین آن‌ها، با تطبیق نتیجه‌های حاصل از تحلیل نرم افزاری و نتیجه‌های آزمایشگاهی، اجزاء محدود و رابطه‌های تئوری موجود از صحت مرحله‌ها و فرض‌های الگوسازی اطمینان حاصل گردید. بنابراین، می‌توان از نرم افزار اجزاء محدود مورد استفاده برای استخراج نتیجه‌های مربوط به تحلیل رفتار پایداری ورق‌ها و مقطع‌های فولادی تقویت شده به وسیله ورق‌های GFRP در بخش آینده استفاده نمود.

۵- ارزیابی پارامتری نمونه‌ها

در این بخش نتیجه‌های مربوط به تحلیل کماتش ورق‌ها و



شکل ۱۰- نمودار بار-تغییر مکان قائم انتهای ورق GFRP

Siddique و El Damatty [۷] در سال ۲۰۱۲ از الگوی المان محدود خود به منظور ارزیابی ظرفیت کماتش ورق‌های فولادی تقویت شده با ورق‌های GFRP استفاده نمودند. دو نوع ورق فولادی با شرایط تکیه‌گاهی مختلف در لبه‌ها در نظر گرفته شد. ورق مستطیلی به طول ۱۵۰۰ mm و عرض ۱۵۰ mm با تکیه‌گاه مفصلی در سه لبه و یک لبه آزاد و نیز ورق مربعی به اضلاع ۳۰۰ mm و با تکیه‌گاه مفصلی در هر چهار لبه تحت تاثیر نیروهای محوری فشاری در طول لبه‌های خود قرار گرفت. ضخامت دو ورق بین ۳ mm و ۱۵ mm به صورت متغیر در نظر گرفته شده است، به گونه‌ای که نسبت پهنا به ضخامت (b/t) ورق مستطیلی و مربعی به ترتیب بین ۱۰ تا ۵۰ و ۲۰ تا ۱۰۰ حاصل شود. از ورق‌های GFRP با چهار ضخامت مختلف ۱۹ mm، ۱۲/۵ mm، ۹/۵ mm و ۱۵/۵ mm برای تقویت ورق‌های فولادی استفاده گردید. ابعاد ورق‌های تقویت کننده به گونه‌ای در نظر گرفته شد که تمام سطح ورق فولادی را بپوشاند.

به منظور بررسی صحت نتیجه‌های نرم افزار اجزاء محدود ABAQUS، دو نوع ورق فولادی با مشخصه‌های ذکر شده مطابق با توضیحات ارائه شده در بخش ۴-۱ الگوسازی گردیدند. پس از الگوسازی نمونه‌ها، تحلیل کماتش کشسان به منظور ارزیابی ظرفیت کماتش آن‌ها در نرم افزار انجام گرفت. برای نتیجه‌های حاصل شده مطابق پژوهش مرجع [۷]، ضریب افزایش کماتش به عنوان نسبت ظرفیت سیستم مقاوم سازی شده به ظرفیت ورق‌های فولادی تقویت نشده تعریف و محاسبه گردید. (شکل ۱۱)، نتیجه‌های بدست آمده از تحلیل کماتش نمونه‌ها در نرم افزار را در کنار نتیجه‌های پژوهش مرجع برای انجام مقایسه‌ای میان این دو نشان می‌دهد.

مقطع‌های فولادی تقویت شده به وسیله ورق GFRP ارائه گردیده است.

۵-۱- ارزیابی ظرفیت کماتش ورق‌های فولادی تقویت شده با کامپوزیت GFRP

در زمینه ارزیابی ظرفیت کماتش ورق‌های فولادی تقویت شده با ورق GFRP، تاثیر پارامترهایی نظیر شرایط مرزی، نسبت پهنا به ضخامت ورق فولادی و نیز تغییر ضخامت ورق GFRP بر افزایش ظرفیت کماتش ورق‌های تقویت شده بررسی گردیده است. نتیجه‌های مربوط به تحلیل ورق‌های نوع I و II به ترتیب در شکل‌های (۱۲) و (۱۳) آورده شده است. نتیجه‌ها در قالب نمودارهای تغییرات ضریب افزایش کماتش در برابر نسبت پهنا به ضخامت ورق‌های تقویت شده ارائه گردیده است.

نتیجه‌های حاصل از تحلیل نمونه‌ها نشان می‌دهد استفاده از ورق GFRP در تقویت ورق‌های فولادی منجر به افزایش ظرفیت کماتش آن‌ها به ویژه برای ورق‌های با نسبت پهنا به ضخامت بالاتر می‌گردد. برای ورق‌های فولادی تقویت شده با ورق GFRP ضریب افزایش کماتش که به عنوان نسبت ظرفیت سیستم مقاوم سازی شده به ظرفیت ورق‌های تقویت نشده تعریف و محاسبه گردید، با افزایش نسبت پهنا به ضخامت ورق به نسبت‌های مختلف بسته به شرایط مرزی ورق و ضخامت ورق GFRP افزایش پیدا کرد.

برای ورق‌های مستطیلی و مربعی مورد پژوهش، بالاترین ضرایب افزایش کماتش برای ورق‌های با دو لبه با تکیه‌گاه مفصلی، یک لبه با تکیه‌گاه گیردار هدایت شونده و یک لبه آزاد حاصل شد. همچنین، کمترین ضرایب افزایش کماتش برای ورق‌های با تکیه‌گاه گیردار در تمامی لبه‌ها ارزیابی گردید. بنابراین، می‌توان گفت تاثیر ورق GFRP بر افزایش ظرفیت کماتش ورق‌هایی که از قیود کمتری در لبه‌های خود برخوردارند، به مراتب بیشتر از ورق‌های مقیدتر بوده است. برای این نوع ورق‌ها، تاثیر افزایش همزمان دو پارامتر نسبت پهنا به ضخامت ورق فولادی و ضخامت ورق GFRP بر افزایش بار بحرانی کماتش نیز بیشتر بوده است.

حالت شکست اکثر نمونه‌ها، کماتش کشسان ورق فولادی همزمان با رسیدن به ظرفیت کماتش سیستم بوده است. تنها برای نمونه‌هایی که ضریب افزایش ظرفیت کماتش آن‌ها کمتر از یک ارزیابی گردید، حالت شکست به صورت کماتش ورق GFRP مشاهده شد. این مورد تنها برای ورق‌های مستطیلی با نسبت پهنا به ضخامت ۱۰ و برای نمونه‌های ICCSC و ICCSC

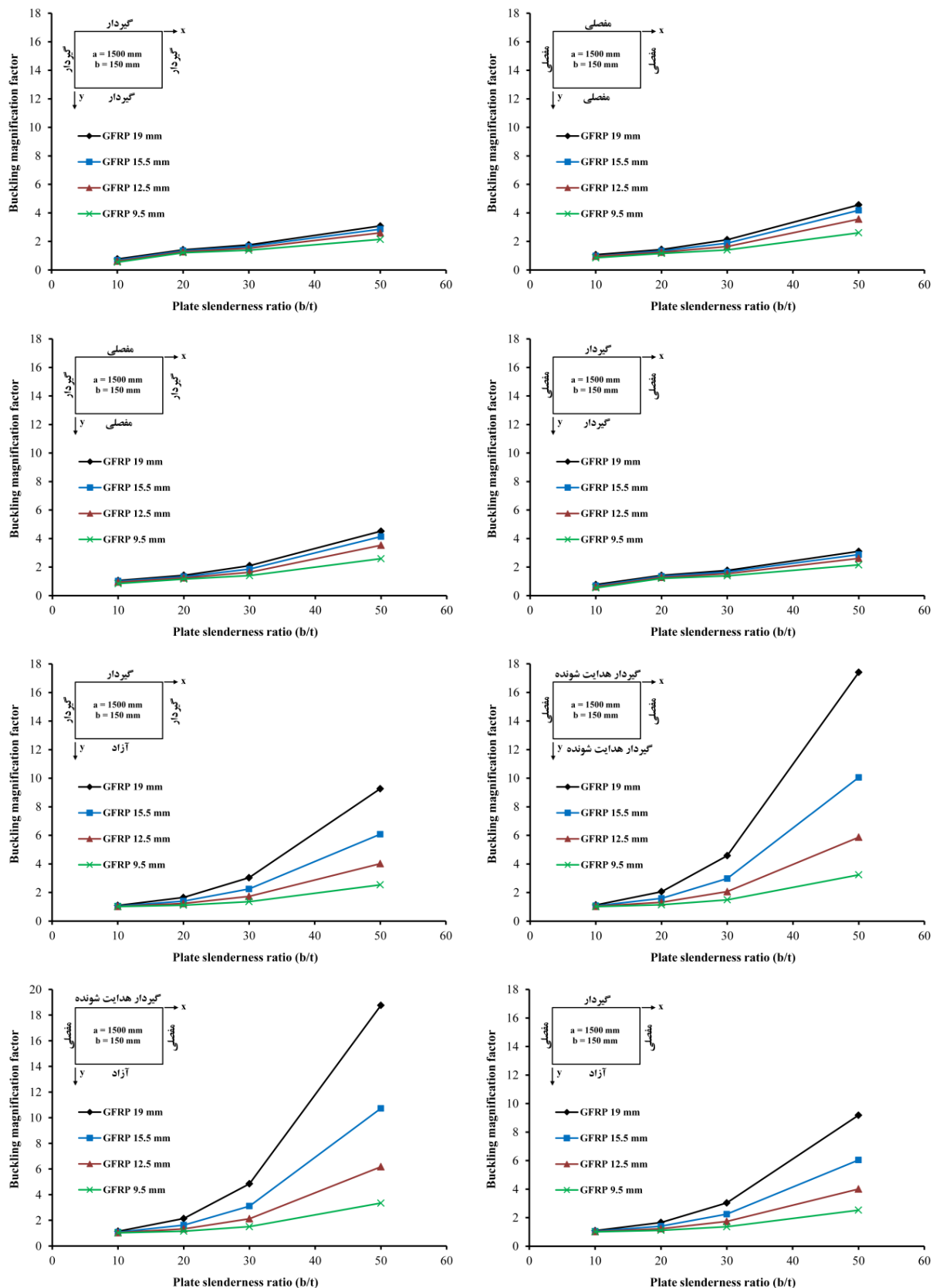
در تمامی حالت‌های تقویت شده با ضخامت‌های مختلف ورق GFRP، نمونه ICSCS در حالت تقویت شده با ورق GFRP به ضخامت ۹/۵ mm و ۱۲/۵ mm و نیز برای نمونه ISSSS در حالت تقویت شده با ورق GFRP به ضخامت ۹/۵ mm و ۱۲/۵ mm به ثبت رسید. در واقع برای نمونه‌های یاد شده که نسبت به سایر نمونه‌ها نسبتاً ضخیم‌تر بوده و از قیود بیشتری در لبه‌های خود برخوردار بوده‌اند، پیش از آن که بار اعمالی به بار بحرانی کماتش ورق فولادی برسد، ورق GFRP کماتش کرده است. بنابراین، به نظر می‌رسد چسباندن ورق GFRP به منظور تقویت اینگونه ورق‌ها که خود به تنهایی ظرفیت کماتش بالایی دارند، تاثیر چندانی در افزایش ظرفیت آن‌ها نداشته باشد.

۵-۲- ارزیابی ظرفیت کماتش پیچشی-جانبی تیرهای I شکل فولادی تقویت شده با کامپوزیت GFRP

در این قسمت نتیجه‌های مربوط به ارزیابی ظرفیت کماتش پیچشی-جانبی تیرهای فولادی دو سر مفصل با مقطع I شکل که به وسیله ورق‌های GFRP تقویت شده‌اند، ارائه گردیده است. پارامترهای مورد بررسی شامل نحوه چیدمان ورق GFRP با ضخامت‌های مختلف در بال و جان مقطع و بررسی تاثیر ابعاد مختلف بال و جان مقطع تیر فولادی می‌باشد.

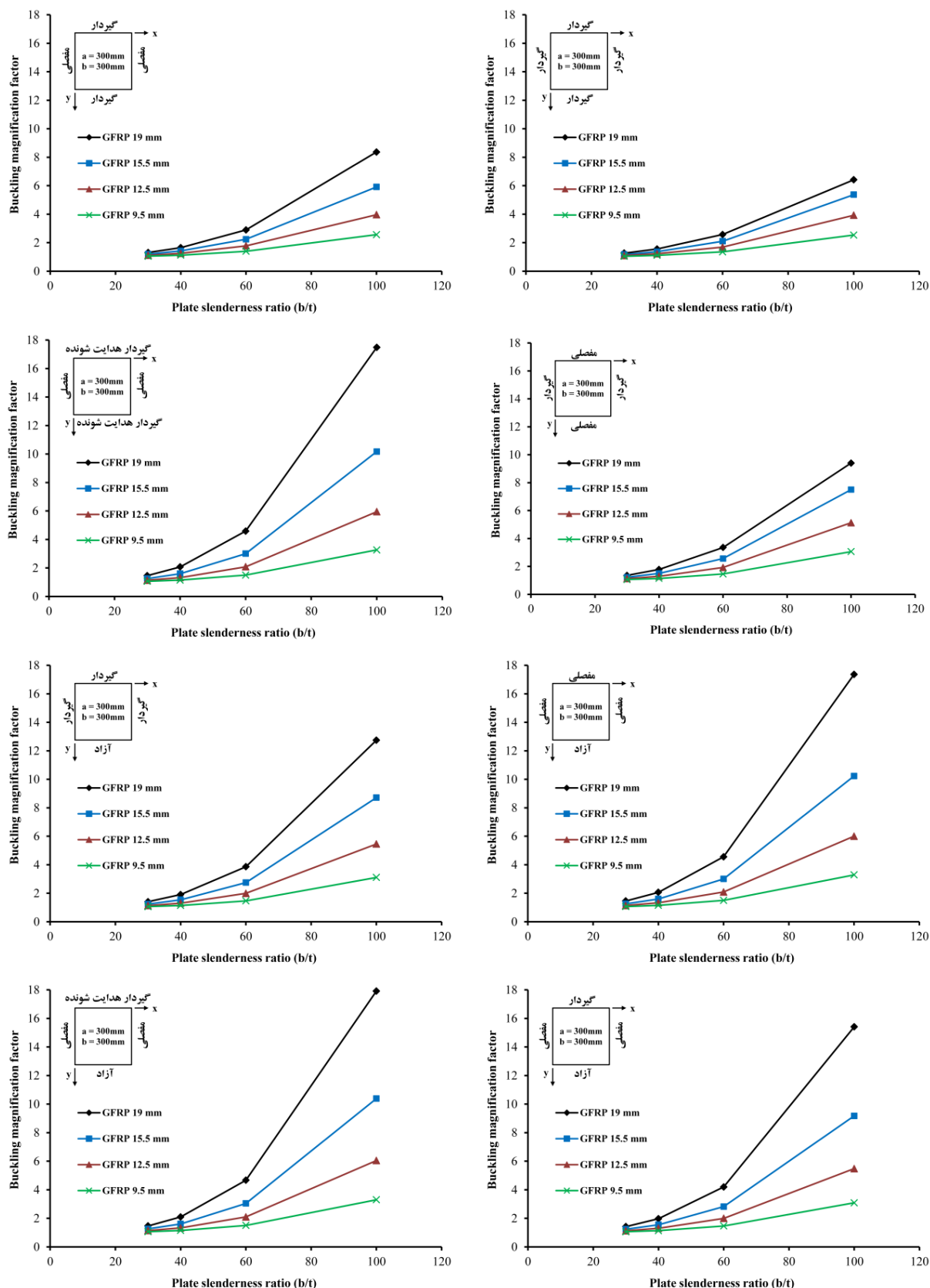
شکل (۱۴) تاثیر کاربرد ورق GFRP با ضخامت‌های مختلف بر بار بحرانی کماتش پیچشی-جانبی تیرهای تقویت شده را در حالت‌های مختلف چیدمان ورق نشان می‌دهد. در این شکل محور عمودی نمودار بیانگر میزان درصد افزایش بار بحرانی کماتش پیچشی-جانبی تیر I شکل تقویت شده نسبت به ظرفیت سیستم تقویت نشده و محور افقی بیانگر تغییرات ضخامت ورق GFRP می‌باشد.

همانطور که نتیجه‌ها نشان می‌دهد، در تمامی موارد استفاده از ورق GFRP منجر به افزایش مقاومت کماتش نمونه‌ها شده است. بدین ترتیب با بکارگیری کامپوزیت GFRP در تقویت تیرهای I شکل می‌توان کماتش پیچشی-جانبی را برای آن‌ها به تعویق انداخت. در میان تیرهای I شکل فولادی تقویت شده با ابعاد مختلف مقطع، بیشترین افزایش مقاومت کماتش پیچشی-جانبی برای نمونه BEAM2 حاصل گردید که از بالاترین نسبت پهنا به ضخامت بال و جان در میان سایر نمونه‌ها برخوردار بود. در واقع با افزایش نسبت پهنا به ضخامت بال و جان از نمونه BEAM1 به نمونه BEAM2 افزایش قابل توجه بار بحرانی کماتش در نمونه‌های تقویت شده رخ داده است.

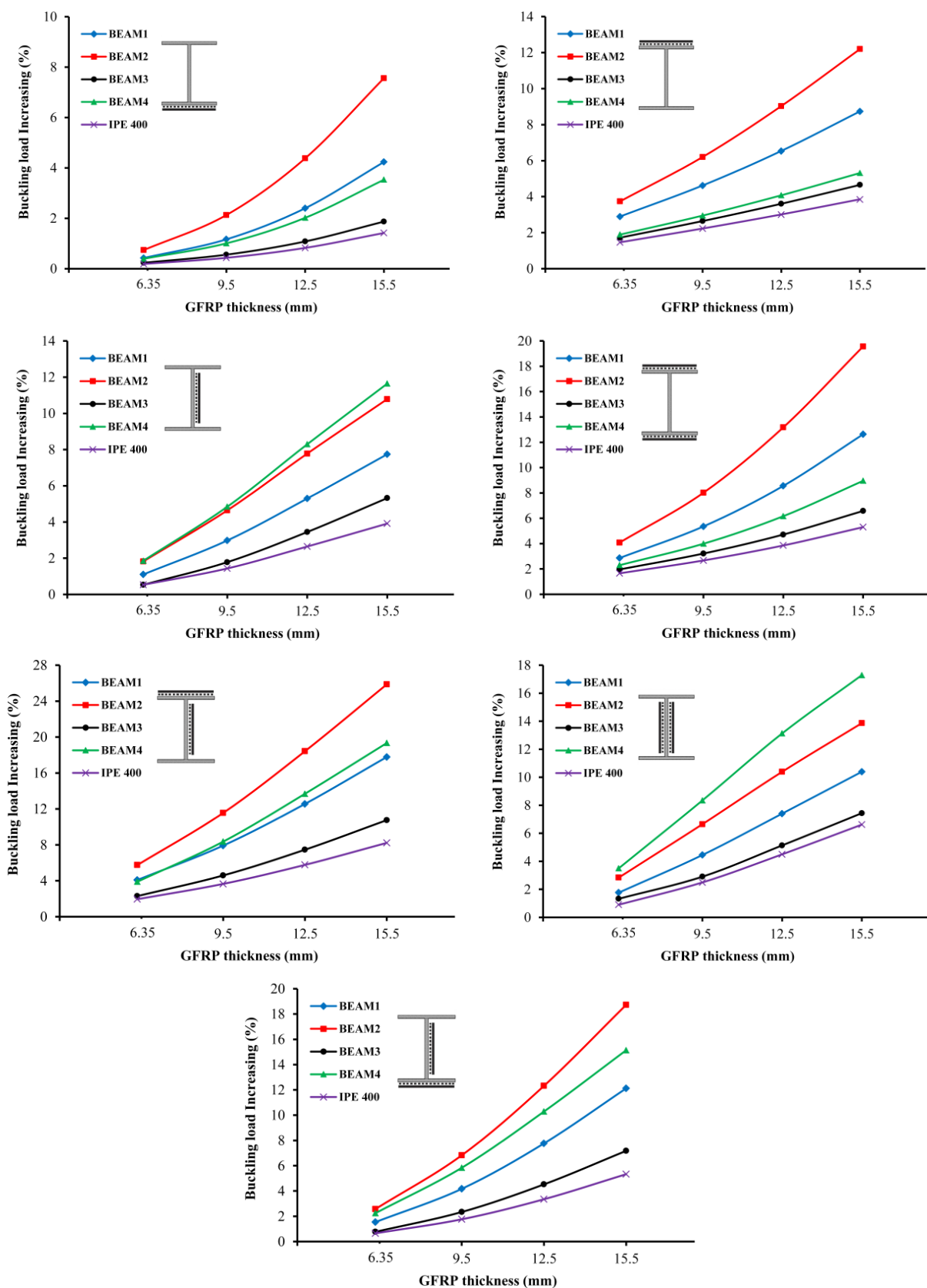


شکل ۱۲- تاثیر ورق GFRP بر افزایش ظرفیت کمانش ورق‌های نوع I





شکل ۱۳- تاثیر ورق GFRP بر افزایش ظرفیت کمانش ورق های نوع II



شکل ۱۴- تاثیر ورق GFRP بر افزایش بار بحرانی کمانش نمونه‌ها در حالت چیدمان مختلف ورق GFRP

مقایسه‌ای میان نتیجه‌های ارائه شده برای نمونه‌های BEAM3 و IPE400 نشان می‌دهد اگر چه بار بحرانی کمناش هر دو تقریباً برابر است و نسبت پهنا به ضخامت بال آن‌ها به یک اندازه مشابه نمونه‌های BEAM1 و BEAM2 افزایش یافته است، اما به دلیل افزایش نیافتن قابل توجه نسبت پهنا به ضخامت جان، تغییر محسوسی در نتیجه‌ها حاصل نشده است. بنابراین، به نظر می‌رسد تاثیر بکارگیری کامپوزیت GFRP در تقویت تیرهای I شکل، در شرایطی که همزمان از جان و بال با نسبت پهنا به ضخامت بالا در مقطع تیر استفاده شده است به مراتب بیشتر از زمانی است که یکی از جزءهای مقطع تیر چنین شرایطی را دارا باشد.

با توجه به نتیجه‌های به دست آمده چیدمان ورق GFRP نقش بسیار مهمی در افزایش مقاومت کمناش پیچشی-جانبی تیرهای I شکل فولادی دارد. برای تمامی نمونه‌ها بیشترین و کم‌ترین اثر بخشی بر مقاومت کمناش پیچشی-جانبی به ترتیب مربوط به حالتی بود که از چیدمان ورق GFRP بر روی بال فشاری و جان (حالت I-TR) و چیدمان ورق بر روی بال پایینی (حالت I-B) استفاده شد.

در تمامی نمونه‌های تقویت شده، افزایش ضخامت ورق GFRP، افزایش مقاومت کمناش پیچشی-جانبی نمونه‌ها را به دنبال داشته است. میزان تاثیر افزایش ضخامت ورق GFRP بر بار بحرانی کمناش نمونه‌های مورد بررسی در حالت‌های مختلف چیدمان ورق متفاوت بوده است. نکته قابل توجه در مقایسه نتیجه‌ها مربوط به حالت چیدمان ورق بر روی بال بالا (I-T) و جان (I-R) بوده است. نتیجه‌ها نشان می‌دهد اگرچه قرارگیری ورق GFRP بر روی بال فشاری اثر بخشی بیشتری نسبت به چیدمان ورق بر روی جان داشته است اما تاثیر افزایش ضخامت ورق GFRP بر افزایش بار بحرانی کمناش در حالت چیدمان ورق بر روی جان برای تمامی نمونه‌ها بیشتر بوده است. این مطلب با مقایسه شیب نمودار تغییرات ضخامت ورق GFRP و درصد افزایش بار بحرانی کمناش برای دو حالت چیدمان ذکر شده در جدول (۹) نشان داده شده است.

۳-۵- ارزیابی رفتار کمناشی ستون‌های فولادی تقویت شده با کامپوزیت GFRP

در این قسمت به ارزیابی تاثیر ورق GFRP بر رفتار کمناشی ستون‌های فولادی تقویت شده پرداخته شده است. تاثیر نوع مقطع ستون فولادی و بررسی نحوه چیدمان ورق GFRP با ضخامت‌های مختلف در مقطع ستون از موارد بررسی در ارزیابی

رفتار کمناشی ستون‌های تقویت شده مورد پژوهش می‌باشد. نتیجه‌های کلی مربوط تحلیل کمناش نمونه‌های تقویت شده S-COL و L-COL در جدول (۱۰) نمایش داده شده است.

نتیجه‌های نشان داده شده برای تمامی نمونه‌های تقویت شده به وسیله ورق GFRP، حاکی از افزایش ظرفیت کمناش نمونه‌ها می‌باشد. برای ستون کوتاه قوطی شکل می‌توان از طریق تقویت ستون با ورق‌های GFRP کمناش موضعی خارجی را به تاخیر انداخت و بدین طریق ظرفیت حمل بار محوری آن را افزایش داد. البته تاثیر کامپوزیت GFRP در بهبود رفتار کمناش ستون، با توجه به پارامترهایی نظیر موقعیت قرار گیری ورق GFRP و ضخامت آن متفاوت ارزیابی شده است. بالاترین میزان افزایش بار نهایی در محدوده ۱۰۱/۰۸٪ تا ۱۲۵/۷۷٪ برای حالتی که از ورق GFRP با ضخامت‌های مختلف برای پوشاندن تمامی لبه‌های ستون استفاده گردید به ثبت رسید. همچنین، در حالت چیدمان ورق با ضخامت مختلف بر روی یک لبه ستون کمترین میزان افزایش بار نهایی در محدوده ۱۲/۶۷٪ تا ۱۶/۶۱٪ ارزیابی گردید. نتیجه‌ها نشان می‌دهد موقعیت قرار گیری ورق GFRP نیز در رفتار کمناشی ستون‌ها تاثیر گذار است. مطابق انتظار بهترین حالت تقویت ستون، پوشاندن تمامی لبه‌ها به وسیله ورق GFRP می‌باشد. همچنین، تاثیر چیدمان ورق GFRP در دو لبه موازی ستون کوتاه به مراتب بیشتر از حالت چیدمان در دو لبه کنار هم ارزیابی گردید. دلیل این امر را می‌توان محدود نمودن بیشتر و الزام به کمناش موضعی در دو لبه موازی ستون در حالت اول دانست. همچنین، مشخص شد تاثیر ورق GFRP در افزایش مقاومت محوری ستون‌ها با افزایش ضخامت آن‌ها افزایش می‌یابد. البته تاثیر افزایش ضخامت ورق GFRP در بهبود رفتار کمناشی ستون برای چیدمان مختلف ورق GFRP، متفاوت ارزیابی گردید. تاثیر افزایش ضخامت ورق GFRP در دو حالت چیدمان ورق بر روی یک لبه و دو لبه مجاور ستون به مراتب کمتر از دو حالت دیگر محاسبه شد.

در تقویت ستون‌های بلند مقطع توخالی به وسیله ورق GFRP نیز می‌توان با به تاخیر انداختن کمناش کلی ستون، شاهد افزایش ظرفیت کمناش نمونه‌ها بود. برای نمونه‌های مورد پژوهش، بالاترین میزان افزایش بار نهایی در محدوده ۲۲/۳۹٪ تا ۴۴/۹۹٪ برای حالتی که از ورق GFRP با ضخامت‌های مختلف برای پوشاندن تمامی لبه‌های ستون استفاده گردید به ثبت رسید. همچنین، در حالت چیدمان ورق با ضخامت مختلف بر روی یک لبه ستون کمترین میزان افزایش بار نهایی در محدوده ۲/۸۵٪ تا ۵/۶۲٪ محاسبه شد. بر خلاف نتیجه‌های



افزایش یافت. بر خلاف نتیجه‌های حاصل شده برای ستون‌های کوتاه، تاثیر افزایش ضخامت ورق GFRP در حالت چیدمان ورق بر تمامی لبه‌ها بیشتر از سایر حالت‌های چیدمان ورق ارزیابی گردید.

بدست آمده برای ستون‌های کوتاه، تاثیر چیدمان ورق GFRP در دو لبه مجاور ستون به مراتب بیشتر از حالت چیدمان در دو لبه موازی ارزیابی گردید. موثر بودن ورق GFRP در بهبود رفتار کمانشی ستون‌های قوطی شکل بلند نیز با افزایش ضخامت آن‌ها

جدول ۹- مقایسه مقدارهای شیب نمودار در حالت چیدمان ورق بر روی بال بالا (I-T) و جان (I-R)

IPE400		BEAM4		BEAM3		BEAM2		BEAM1		نمونه
(I-R)	(I-T)	(I-R)	(I-T)	(I-R)	(I-T)	(I-R)	(I-T)	(I-R)	(I-T)	چیدمان
۰/۲۹	۰/۲۴	۰/۹۵	۰/۳۳	۰/۴۰	۰/۲۹	۰/۹۰	۰/۷۸	۰/۵۹	۰/۵۵	شیب نمودار تغییر ضخامت ورق GFRP از ۶/۳۵ mm به ۹/۵ mm
۰/۴۰	۰/۲۶	۱/۱۵	۰/۳۸	۰/۵۵	۰/۳۲	۱/۰۵	۰/۹۴	۰/۷۷	۰/۶۴	شیب نمودار تغییر ضخامت ورق GFRP از ۹/۵ mm به ۱۲/۵ mm
۰/۴۲	۰/۲۸	۱/۱۲	۰/۴۱	۰/۶۲	۰/۳۵	۱/۰۰	۱/۰۵	۰/۸۲	۰/۷۳	شیب نمودار تغییر ضخامت ورق GFRP از ۱۲/۵ mm به ۱۵/۵ mm

جدول ۱۰- خلاصه نتیجه‌های تحلیلی المان محدود نمونه‌های S-COL و L-COL

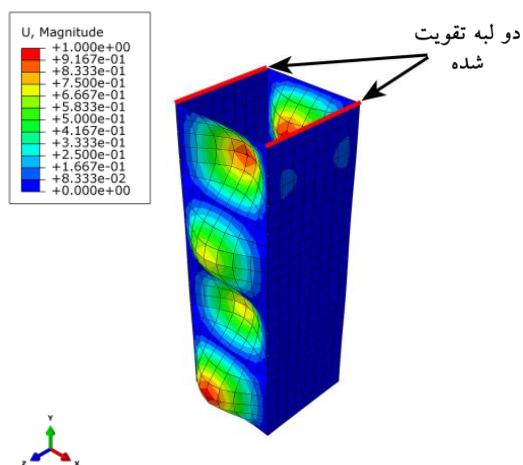
نمونه L-COL		نمونه S-COL		ضخامت GFRP (mm)	حالت چیدمان
درصد افزایش	بار نهایی (kN)	درصد افزایش	بار نهایی (kN)		
---	۴۹۲	---	۲۴۳	---	تقویت نشده
۲/۸۵	۵۰۶	۱۲/۶۷	۲۷۴	۹/۵	(C-L)
۳/۷۳	۵۱۰	۱۶/۱۱	۲۸۲	۱۲/۵	
۴/۶۰	۵۱۵	۱۶/۴۲	۲۸۳	۱۵/۵	
۵/۶۲	۵۲۰	۱۶/۶۱	۲۸۴	۱۹	
۵/۵۸	۵۱۹	۵۶/۲۹	۳۸۰	۹/۵	(C-LR)
۷/۳۲	۵۲۸	۶۲/۲۰	۳۹۴	۱۲/۵	
۹/۰۵	۵۳۶	۶۶/۷۹	۴۰۶	۱۵/۵	
۱۱/۰۷	۵۴۶	۷۱/۳۹	۴۱۷	۱۹	
۱۰/۴۰	۵۴۳	۲۸/۲۲	۳۱۲	۹/۵	(C-LT)
۱۳/۳۹	۵۵۸	۲۹/۸۶	۳۱۶	۱۲/۵	
۱۶/۲۸	۵۷۲	۳۰/۶۵	۳۱۸	۱۵/۵	
۱۹/۵۴	۵۸۸	۳۱/۴۳	۳۲۰	۱۹	
۲۲/۳۹	۶۰۲	۱۰۱/۰۸	۴۸۹	۹/۵	(C-LRTB)
۲۹/۴۸	۶۳۷	۱۰۸/۱۲	۵۰۶	۱۲/۵	
۳۶/۶۲	۶۷۲	۱۱۴/۷۸	۵۲۲	۱۵/۵	
۴۴/۹۹	۷۱۳	۱۲۵/۷۷	۵۴۹	۱۹	

تقویت شده بود، تنش برشی ایجاد شده در چسب در ناحیه نزدیک تکیه‌گاه از مقدار مقاومت برشی ارائه شده در جدول (۷) فراتر رفت. بنابراین، حالت شکست این نمونه به صورت گسیختگی چسب و جدا شدن ورق GFRP در نواحی انتهایی نزدیک به تکیه‌گاه ستون به ثبت رسید (شکل (۱۵)). در سایر

در تمامی ستون‌های بلند تقویت شده با مقطع توخالی، شکست نمونه ناشی ازکمانش کلی، به دنبال کمانش موضعی نزدیک میانه ارتفاع ستون مشاهده گردید. برای ستون‌های کوتاه قوطی شکل حالت‌های شکست مختلفی با توجه به چیدمان ورق GFRP به ثبت رسید. زمانی که ستون در تمامی لبه‌ها

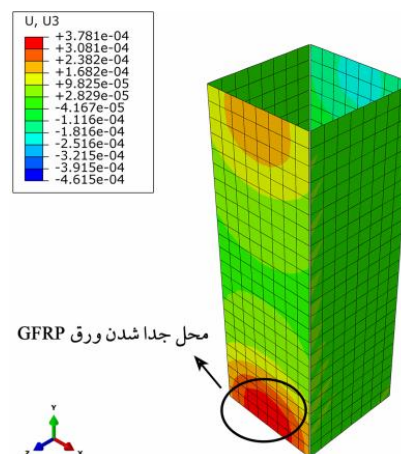


در جدول (۱۱) نتیجه‌های کلی مربوط تحلیل کماتش نمونه‌های تقویت شده IPB240 و I-COL نمایش داده شده است. حالت شکست مشاهده شده برای نمونه‌های تقویت شده مذکور به صورت کماتش کلی نمونه مشاهده شد. همانطور که نتیجه‌ها نشان می‌دهد، با بکارگیری کامپوزیت GFRP در تقویت بال ستون با مقطع I شکل می‌توان کماتش کلی را برای آن‌ها به تعویق انداخت و بدین ترتیب ظرفیت کماتش ستون را افزایش داد.



شکل ۱۶- حالت کماتش نمونه S-COL در حالت چیدمان ورق C-LR

نمونه‌ها، حالت شکست به صورت کماتش موضعی در لبه‌های تقویت نشده مشاهده گردید. حالت‌های کماتش ذکر شده در مقابل حالت کماتش ستون کوتاه تقویت نشده مشابه که به صورت کماتش موضعی متقارن، به گونه‌ای که دو لبه روبرو کماتش داخلی و دو لبه دیگر کماتش خارجی کنند، نشان از تغییر حالت کماتش ستون می‌باشد. شکل (۱۶) حالت شکست ستون کوتاه در حالت چیدمان ورق C-LR را نشان می‌دهد.



شکل ۱۵- حالت کماتش نمونه S-COL در حالت چیدمان C-LRTB به صورت جدا شدن ورق GFRP در نواحی نزدیک تکیه‌گاه

جدول ۱۱- خلاصه نتیجه‌های تحلیلی المان محدود نمونه‌های IPB240 و I-COL

حالت چیدمان	ضخامت GFRP (mm)	نمونه IPB240		نمونه I-COL	
		بار نهایی (kN)	درصد افزایش	بار نهایی (kN)	درصد افزایش
تقویت نشده	---	۱۳۱۰۳	---	۲۷۱۶	---
(C-T)	۹/۵	۱۳۳۵۱	۱/۸۹	۲۸۲۱	۳/۸۸
	۱۲/۵	۱۳۴۲۷	۲/۴۷	۲۸۵۵	۵/۱۰
	۱۵/۵	۱۳۵۰۳	۳/۰۵	۲۸۸۸	۶/۳۲
	۱۹	۱۳۵۹۱	۳/۷۲	۲۹۲۶	۷/۷۴
(C-TB)	۹/۵	۱۳۶۰۹	۳/۸۶	۲۹۲۹	۷/۸۳
	۱۲/۵	۱۳۷۶۸	۵/۰۸	۲۹۹۶	۱۰/۳۲
	۱۵/۵	۱۳۹۲۸	۶/۳۰	۳۰۶۴	۱۲/۸۲
	۱۹	۱۴۱۱۵	۷/۷۲	۳۱۴۴	۱۵/۷۵
(C-R)	۹/۵	۱۳۱۰۴	۰/۰۱	۲۷۱۹	۰/۱۳
	۱۲/۵	۱۳۱۰۵	۰/۰۲	۲۷۲۴	۰/۳۰
	۱۵/۵	۱۳۱۰۶	۰/۰۲	۲۷۲۹	۰/۴۷
	۱۹	۱۳۱۰۸	۰/۰۳	۲۷۳۳	۰/۶۴

روی هر دو بال (C-TB)، منجر به افزایش دو برابری در نرخ افزایش ظرفیت حمل بار گردیده است. برای زمانی که از ورق

نتیجه‌ها نشان می‌دهد، تغییر حالت چیدمان ورق GFRP بر روی یک بال مقطع ستون (C-T) به حالت چیدمان ورق بر

GFRP برای تقویت یک بال ستون استفاده می‌شود، مقطع جدید نامتقارن شده و محل محور خنثی جابجا می‌گردد. با تغییر حالت چیدمان و تقویت بال دیگر، مقطع جدید متقارن شده و محور خنثی به محل اولیه بازمی‌گردد. برای دو حالت یاد شده، افزایش درصد بار بحرانی کمانش به تبعیت از درصد افزایش لنگر لختی، افزایشی حدوداً دو برابری حاصل گردیده است.

در حالت چیدمان ورق بر روی جان مقطع (C-R)، به دلیل آن که لنگر لختی مقطع حول محور ضعیف افزایش چندانی نداشته است، نتیجه‌ها تغییر محسوسی نسبت به نمونه تقویت نشده نشان نمی‌دهند. برای نمونه‌های مورد پژوهش IPB240 و I-COL، بیشترین افزایش بار نهایی به ترتیب ۷۷٪ و ۱۵۷٪، برای حالتی ارزیابی گردید که از ورق GFRP با ضخامت ۱۹ mm برای پوشاندن هر دو بال مقطع ستون استفاده شد. بنابراین، می‌توان گفت در نمونه‌های I شکلی که جزءهای سطح مقطع آن از نسبت پهنا به ضخامت بالاتری برخوردار باشند، ورق GFRP تاثیر بیشتری بر بهبود رفتار کمانشی ستون خواهد داشت.

۶- نتیجه گیری

استفاده از کامپوزیت‌های GFRP در تقویت ورق‌های فولادی، منجر به افزایش ظرفیت کمانش آن‌ها به ویژه برای ورق‌های با نسبت پهنا به ضخامت بالاتر می‌گردد. برای ورق‌های مستطیلی مورد پژوهش بالاترین ضرائب افزایش بار بحرانی کمانش برابر با ۱۸۷٪ برای نمونه ISGSG با نسبت پهنا به ضخامت ۵۰ و برای نمونه‌های مربعی برابر با ۱۷۴٪ برای نمونه IISGSG با نسبت پهنا به ضخامت ۱۰۰ در شرایطی به ثبت رسید که از ورق GFRP با بالاترین ضخامت برای تقویت ورق استفاده شده بود. با مقایسه شرایط تکیه‌گاهی اعمال شده برای این دو نمونه می‌توان گفت تاثیر ورق GFRP بر افزایش ظرفیت کمانش ورق‌هایی که از قیود کمتری در لبه‌های خود برخوردارند، به مراتب بیشتر از ورق‌های مقیدتر خواهد بود.

بکارگیری کامپوزیت GFRP در تقویت تیرهای I شکل، در به تاخیر انداختن کمانش پیچشی-جانبی به ویژه زمانی که از بال و جان با نسبت پهنا به ضخامت بالاتری در مقطع استفاده شده باشد، موثر است. در میان تیرهای I شکل فولادی تقویت شده با ابعاد مختلف در اجزای مقطع، بیشترین افزایش مقاومت کمانش پیچشی-جانبی برای نمونه BEAM2 حاصل گردید که از بالاترین نسبت پهنا به ضخامت بال و جان برخوردار بود.

با وجود افزایش اثربخشی ورق GFRP همزمان با افزایش ضخامت آن در بهبود مقاومت کمانش پیچشی-جانبی تیر فولادی، میزان تاثیر افزایش ضخامت آن بر بار کمانش نمونه‌ها در حالت‌های مختلف چیدمان ورق، متفاوت ارزیابی شد. نتیجه‌ها نشان می‌دهد اگرچه تقویت بال فشاری اثر بخشی بیشتری نسبت به چیدمان بر روی جان داشته است اما تاثیر افزایش ضخامت ورق GFRP بر افزایش بار کمانش در حالت چیدمان ورق بر روی جان برای تمامی نمونه‌ها بیشتر بوده است. تاثیر بکارگیری کامپوزیت GFRP در تقویت تیرهای I شکل، در شرایطی که همزمان از جان و بال با نسبت پهنا به ضخامت بالا در مقطع تیر استفاده شده است به مراتب بیشتر از زمانی است که یکی جزءهای مقطع تیر چنین شرایطی را دارا باشد.

چیدمان ورق GFRP نقش بسیار مهمی در افزایش مقاومت کمانش پیچشی-جانبی تیرهای I شکل فولادی دارد. برای تمامی نمونه‌ها بیشترین و کم‌ترین اثر بخشی بر مقاومت کمانش، به ترتیب مربوط به حالتی بود که از چیدمان ورق GFRP بر روی بال فشاری و جان و چیدمان ورق بر روی بال پایینی استفاده گردید. در میان الگوهای مورد بررسی، بالاترین میزان افزایش بار کمانش برای الگوی BEAM2 به میزان ۲۵۸٪ برای حالت چیدمان ورق GFRP با ضخامت ۱۵/۵ mm بر روی بال فشاری و جان ارزیابی شد. در حالی که مقدار متناظر برای الگوی IPE400 که از کمترین نسبت پهنا به ضخامت بال در میان الگوها برخوردار بود به میزان ۸۲٪ حاصل گردید.

برای ستون کوتاه با مقطع قوطی شکل می‌توان از طریق تقویت ستون به وسیله ورق‌های GFRP با افزایش سختی محوری ستون، ظرفیت حمل بار محوری آن را افزایش داد. همچنین، نتیجه‌ها نشان می‌دهد موقعیت قرار گیری ورق GFRP نیز در رفتار کمانشی ستون‌ها تاثیر گذار است. بالاترین میزان افزایش بار نهایی در محدوده ۱۰۱/۰۸٪ تا ۱۲۵/۷۷٪ برای حالتی که از ورق GFRP با ضخامت‌های مختلف برای پوشاندن تمامی لبه‌های ستون استفاده گردید به ثبت رسید. همچنین، تاثیر چیدمان ورق GFRP در دو لبه موازی ستون به مراتب بیشتر از حالت چیدمان در دو لبه کنار هم ارزیابی گردید.

استفاده از ورق GFRP در تقویت ستون‌های قوطی شکل بلند نیز منجر به افزایش ظرفیت کمانشی نمونه می‌شود. برای نمونه‌های مورد بررسی، بالاترین میزان افزایش بار نهایی در محدوده ۲۲/۳۹٪ تا ۴۴/۹۹٪ برای حالتی که از ورق GFRP



Strengthened with GFRP Plates", Thin-Walled Structures, Vol. 60, pp.154-162.

- [8] Siddique, M.A.A. and El Damatty, A.A. (2013), "Improvement of Local Buckling Behaviour of Steel Beams Through Bonding GFRP Plates", Composite Structures, Vol. 96, pp. 44-56.
- [9] Park, J.W., Yeom, H.J. and Yoo, J.H. (2013), "Axial Loading Tests and FEM Analysis of Slender Square Hollow Section (SHS) Stub Columns Strengthened with Carbon Fiber Reinforced Polymers", Steel Structures, Vol. 13, No. 4, pp. 731-743.
- [10] Ritchie, A., Fam, A. and Macdougall, C. (2014), "Strengthening Long Steel Columns of S-Sections Against Global Buckling Around Weak Axis Using CFRP Plates of Various Moduli", Journal of Composites for Construction, Vol. 19, No. 4, doi.org/10.1061/(ASCE)CC.1943-5614.0000534.
- [11] Gao, X.Y., Balendra, T. and Koh, C.G. (2013), "Buckling Strength of Slender Circular Tubular Steel Braces Strengthened by CFRP", Engineering Structures, Vol. 46, pp. 547-556.
- [12] El Damatty, A.A. and Abushagur, M. (2003), "Testing and Modeling of Shear and Peel Behavior for Bonded Steel/FRP Connections", Thin-Walled Structures, Vol. 41, No. 11, pp. 987-1003.
- [13] ABAQUS, (2011), standard user's manual, Version 6.11.
- [14] Szilard, R. (2004), "Theories and Applications of Plate Analysis: Classical, Numerical and Engineering Methods," John Wiley & Sons, Inc.
- [۱۵] ازهری، م. و میرقادی، س.ر. (۱۳۸۹)، "طراحی سازه‌های فولادی"، جلد اول، انتشارات ارکان دانش، چاپ سیزدهم.
- [۱۶] عموشاهی، ح. و قاسمی تبار، م. (۱۳۹۴)، "ارزیابی کمانش ورق‌های فولادی یک و دو لایه به روش اجزاء محدود دوبعدی و سه بعدی"، دهمین کنگره بین‌المللی مهندسی عمران، دانشگاه تبریز.
- [۱۷] وزارت مسکن و شهرسازی، دفتر مقررات ملی ساختمان. (۱۳۹۲)، مبحث دهم، طرح و اجرای ساختمان‌های فولادی، ویرایش سوم.
- [18] Teng, J.G., Yu, T. and Fernando, D. (2012), "Strengthening of Steel Structures with Fiber-Reinforced Polymer Composites", Constructional Steel Research, Vol. 78, pp. 131-143.

با ضخامت‌های مختلف برای پوشاندن تمامی لبه‌های ستون استفاده گردید به ثبت رسید. برای ستون‌های قوطی شکل بلند مورد پژوهش تأثیر چیدمان ورق GFRP در دو لبه مجاور ستون به مراتب بیشتر از حالت چیدمان در دو لبه موازی می‌باشد. برای ستون‌های با مقطع I شکل، استفاده از ورق‌های GFRP در تقویت بال ستون منجر به افزایش ظرفیت کمانش آن می‌گردد. بکارگیری ورق GFRP در تقویت ستون‌های I شکلی که جزءهای سطح مقطع آن از نسبت پهنا به ضخامت بالاتری برخوردار باشند، تأثیر بیشتری بر بهبود رفتار کمانشی ستون خواهد داشت.

۷- مراجع

- [1] Zhao, X.L. and Zhang, L. (2007), "State-of-the-Art Review on FRP Strengthened Steel Structures", Engineering Structures, Vol. 29, No. 8, pp. 1808-1823.
- [2] Accord, N.B. and Earls, C.J. (2006), "Use of Fiber-Reinforced Polymer Composite Elements to Enhance Structural Steel Member Ductility", Composites For Construction, Vol. 10, No. 4, pp. 337-344.
- [3] Zhao, X.L. and Al-Mahaidi, R. (2009), "Web Buckling of Lightsteel Beams Strengthened with CFRP Subjected to End-bearing Forces", Thin-Walled Structures, Vol. 47, No. 10, pp. 1029-1036.
- [4] El-Tawil, S., Ekiz, E., Goel, S. and Chao, S.H. (2011), "Retraining Local and Global Buckling Behavior of Steel Plastic Hinges Using CFRP", Constructional Steel Research, Vol. 67, No. 3, pp. 261-269.
- [5] Kabir, M.Z., and Seif, A.E. (2010), "Lateral-Torsional Buckling of Retrofitted Steel I-Beams Using FRP Sheets", Civil Engineering, Vol. 17, pp. 262-272.
- [6] Ghafoori, E. and Motavalli, M. (2015), "Lateral-Torsional Buckling of Steel I-Beams Retrofitted by Bonded and un-Bonded CFRP Laminates with Different Pre-Stress Levels: Experimental and numerical study", Construction and Building Materials, Vol. 86, pp. 194-206.
- [7] Siddique, M.A.A. and El Damatty, A.A. (2012), "Enhancement of Buckling Capacity of Steel Plates

فهرست علائم

a	طول ورق در راستای محور x	m	جمله‌های سری فوریه در جهت محور x
b	عرض ورق در راستای محور y	M_{cr}	لنگر بحرانی کمانش پیچشی - جانبی
t	ضخامت ورق	C_b	ضریب اصلاح کمانش پیچشی - جانبی
h	ارتفاع جان مقطع I شکل	L_b	فاصله مهارهای جانبی
t_w	ضخامت جان مقطع I شکل	E	ضریب کشسانی مصالح
b_f	عرض بال مقطع I شکل	C_w	ثابت تابیدگی یا اعوجاج
t_f	ضخامت بال مقطع I شکل	I_y	لنگر لختی حول محور y
b_c	پهنای مقطع قوطی شکل	G	مدول برشی مصالح
t_c	ضخامت مقطع قوطی شکل	J	ثابت پیچشی یا ثابت سن‌ونان
N_{cr}	بار بحرانی کمانش ورق	P_{cr}	بار بحرانی کمانش ستون
D	صلبیت خمشی ورق	k	ضریب طول موثر ستون
K	ضریب کمانش موضعی ورق	I	لنگر لختی
r	نسبت طول به عرض ورق	L	طول ستون



¹ Fiber-reinforced polymer (FRP)

² Carbon fiber-reinforced polymer (CFRP)

³ Glass fiber-reinforced polymer (GFRP)

