

طراحی بهینه قاب مهاربندی کمانش تاب مبتنی بر یکنواختی جابجایی نسبی و وزن مصالح مصرفی با استفاده از تحلیل تاریخچه زمانی غیر خطی

روح الله شیرجانی^۱، سید علی رضوی طباطبائی^{۲*}

۱- دانش‌آموخته کارشناسی ارشد، مهندسی عمران گرایش سازه، دانشگاه علم و فرهنگ

۲- استادیار، مهندسی عمران، دانشگاه علم و فرهنگ

*تهران، صندوق پستی ۱۳۱۴۵۸۷۱، s.alirazavi@gmail.com

چکیده

مهاربندهای کمانش تاب یکی از سیستم‌های نوین مقاوم لرزه‌ای می‌باشند. سطح مقطع هسته و طول مهاربند کمانش تاب از مهم‌ترین مشخصه‌ی این مهاربندها می‌باشد که در هزینه تولید آن تأثیر مستقیم دارد. با کاهش سطح مقطع مهاربندهای کمانش تاب، تقاضای ناشی از ظرفیت مهاربندها کاهش یافته و ابعاد تیرها و ستون‌ها نیز کاهش می‌یابد. هدف از این تحقیق، بهینه‌سازی وزن سازه، وزن مهاربندهای کمانش تاب با حفظ یکنواختی جابجایی‌های نسبی سازه در طبقات به وسیله تغییر سطح مقطع هسته و طول مهاربندهای کمانش تاب در ارتفاع سازه می‌باشد. بهینه‌سازی بر اساس نتایج حاصل از تحلیل تاریخچه زمانی غیرخطی قاب‌ها انجام می‌گیرد. تحلیل تاریخچه زمانی قاب‌های مورد مطالعه تحت هفت رکورد زلزله در نرم افزار OpenSees انجام شده است. به این منظور تابع هدف و قیود موردنظر در الگوریتم‌های NSGA-II، MOPSO، MOEA_D، PESA-II، SPEA-II تعریف شده است و نتایج بهینه‌سازی نشان داده است که برای هر سه تابع هدف وزن سازه، وزن مهاربند کمانش تاب و یکنواختی جابجایی نسبی مقادیر بهینه‌سازی با درصدهای بالایی عملکرد سازه را بهینه کردند، به طوری که در مورد وزن مهاربند کمانش تاب ضمن حفظ توزیع یکنواخت جابجایی نسبی، در برخی موارد در سازه‌های ۶ طبقه مورد بررسی تا حدود ۵۰ درصد امکان کاهش وزن مهاربند وجود دارد.

واژگان کلیدی

بهینه‌سازی چندهدفه، مهاربندهای کمانش تاب، طراحی بهینه، تحلیل تاریخچه زمانی، تغییر مکان جانبی نسبی

Optimum design of BRB frame based on drift uniformity and material weight using nonlinear time history analysis

R. Shirjani, S.A. Razavi

Abstract

Buckling-Restrained Braces (BRBs) are one of the new seismic resistant systems. The cross-sectional area and length of the BRB brace is one of the most important characteristics of these braces that directly affects the cost of BRB frames. Since beams, columns, and connections are designed for the maximum forces developed in BRB, the decrease in cross-sectional area of the BRBs decreases the steel consumption in the whole structure. The main purpose of this study is to optimize the weight of the structure, BRBs weight while uniforming the drift profile by changing the cross-sectional area and the length of the BRBs using genetic algorithms and other multi-objective optimization algorithms. Optimization is based on the results of nonlinear time history analysis under seven earthquake records using OpenSees software. For this purpose, the objective function and constraints were defined in the genetic algorithm NSGA-II, MOPSO, MOEA_D, PESA-II, SPEA-II, and the initial population produced was entered as the initial cross-sectional area and length of the braces in the Opensees software. The optimization results show that for all three objective functions, the optimization values with high percentages of structural performance were optimized in such a way that the weight of BRB can be decreased up to about 50%.

Keywords

Multi-objective optimization, Buckling-restrained brace, Optimum design, Time history analysis, Inter-story drift

بهینه‌سازی یک فعالیت مهم و تعیین‌کننده در طراحی سازه می‌باشد. طراحان زمانی قادر خواهند بود مدل‌های بهتری طراحی کنند که بتوانند با روش‌های بهینه‌سازی در صرف زمان و هزینه طراحی صرفه‌جویی نمایند. بسیاری از مسائل بهینه‌سازی در مهندسی، طبیعتاً پیچیده‌تر و مشکل‌تر از آن هستند که با روش‌های مرسوم بهینه‌سازی نظیر روش برنامه‌ریزی خطی و نظایر آن قابل حل باشند. از جمله راه‌حل‌های موجود در برخورد با این‌گونه مسائل، استفاده از الگوریتم‌های تکاملی است. علاوه بر این، هدف از بهینه‌سازی یافتن بهترین جواب قابل قبول، با توجه به محدودیت‌های مسئله است. برای یک مسئله، ممکن است جواب‌های مختلفی موجود باشد که برای مقایسه‌ی آن‌ها و انتخاب جواب بهینه تابعی به نام تابع هدف تعریف می‌شود.

محققان زیادی طراحی لرزه‌ای بهینه‌ی ساختمان‌ها را هدف کار خود قرار دادند. تحقیقات گوناگونی با استفاده از تکنیک‌های بهینه‌سازی انجام شده است، که در ادامه به تعدادی از آن‌ها اشاره می‌شود.

Khosravian و **Hosseini** در تحقیقی با استفاده از الگوریتم ژنتیک، طرحی بهینه برای میراگرهای TADAS ارائه نمودند [۱]. در این تحقیق به بهینه نمودن تعداد پره‌های میراگر TADAS، پارامترهای فیزیکی آن و همچنین محل قرارگیری آن در ارتفاع سازه پرداخته شده است. **Katebi** و **Tehranizadeh** به منظور توزیع مناسب مقاومت و سختی برای استفاده‌ی بهینه از ظرفیت ساختمان‌های بتنی از الگوریتم ژنتیک چندهدفه‌ی NSGA-II استفاده کردند [۲]. **Xu** و همکارانش روشی برای بهینه‌سازی چندهدفه‌ی سازه‌های خمشی فولادی بر پایه‌ی مفاهیم طراحی بر اساس عملکرد ارائه نمودند. الگوریتم بهینه‌سازی انتخابی توسط آن‌ها دوهدفه بوده که یکی بیان‌کننده‌ی هزینه و دیگری بیان‌کننده‌ی خسارت وارده و نحوه‌ی عملکرد سازه حین زلزله می‌باشد [۳]. **Lagaros** و همکارانش طراحی بهینه‌ی قاب‌های خمشی فولادی را با در نظر گرفتن دو آنالیز خطی و غیرخطی تاریخچه‌ی زمانی بررسی کردند [۴]. **Ohsaki** و همکارانش به حداقل نمودن فولاد مصرفی در قاب‌های خمشی فولادی و افزایش اتلاف انرژی پلاستیک در سطح عملکرد خرابی کامل پرداختند و برای این منظور از تحلیل تاریخچه زمانی و یک فرمولاسیون چندهدفه استفاده کردند [۵].

Balling و همکارانش قاب‌های مهاربندی کماتش تاب (BRBF) با ارتفاع کم را با استفاده از آنالیز تاریخچه‌ی زمانی، بهینه و نتایج طراحی را با نتایج حاصل از پروسه‌ی آنالیز

استاتیکی خطی مقایسه نمودند [۶]. **Oxborrow** و **Richards** طی یک تحقیق با استفاده از الگوریتم ژنتیک و آنالیز غیرخطی تاریخچه‌ی زمانی توزیع بهینه‌ای از مقاومت را در قاب‌های BRBF بلند ارائه دادند؛ به طوریکه علاوه بر دست یافتن به سطح مقطع‌های حداقل، قیود تغییرمکان جانبی نسبی مجاز طبقات و شکل پذیری تأمین گردد. این محققین قاب‌های ۳، ۶، ۹، ۱۲ و ۱۸ طبقه‌ی مهاربندی شده‌ی فولادی را جهت صحت‌سنجی مورد مطالعه قرار دادند. در قاب‌های سه و شش طبقه سطح مقطع مهاربندها از بالا به پایین افزایش می‌یابد و در قاب‌های ۹ و ۱۲ طبقه توزیع سطح مقطع بر اساس تغییر مکان جانبی نسبی طبقات یکسان در طبقات صورت گرفته است ولی در قاب ۱۸ طبقه توزیع معنادار و مشخصی برای مساحت مهاربندها جهت یکسان شدن تغیی مکان جانبی نسبی طبقات یافت نشد [۷].

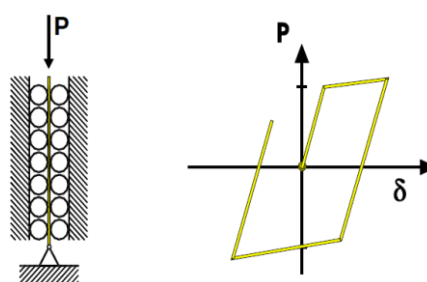
Farhat و همکارانش در تحقیقی روی قاب‌های BRBF، دو مسئله‌ی بهینه‌سازی تک هدفه و چندهدفه را با استفاده از الگوریتم ژنتیک حل نمودند. هدف مسئله‌ی تک منظوره بهینه‌یابی هزینه (سطح مقطع مهاربند کماتش تاب) و اهداف مسئله‌ی چندمنظوره، بهینه‌یابی هزینه و آسیب وارد بر سازه می‌باشد. قید مسئله نیز محدود کردن کرنش مهاربند کماتش تاب به کرنش حد گسیختگی است. آن‌ها یک روش سیستماتیک به منظور به دست آوردن مقطع بهینه‌ی مهاربند کماتش تاب جهت مقاوم سازی سازه‌های موجود در برابر زلزله‌های شدید ارائه کردند. بهینه‌یابی بر اساس نتایج تحلیل دینامیکی خطی صورت گرفت. همچنین به منظور بهبود بخشیدن به عملکرد روش معرفی شده، یک روش مقدماتی بر پایه‌ی آنالیز استاتیکی خطی را ارائه نمودند [۸]. **Mousavi** و همکارانش در سال ۲۰۲۱ در پژوهشی تحلیلی به ارائه روش طراحی قاب‌های مهاربندی کماتش تاب بر اساس یکنواختی جابجایی نسبی پرداختند [۹].

امروزه به منظور اتلاف انرژی زلزله، استفاده از میراگرها در سازه‌ها موردتوجه قرار گرفته است. مهاربندهای همگرا یکی از انواع میراگرهای تسلیمی محسوب می‌شوند که بخش زیادی از اتلاف انرژی در این سیستم‌ها توسط تسلیم مهاربند درکشتش صورت می‌گیرد. در فشار، پدیده‌ی کماتش قبل از تسلیم، منجر به اتلاف انرژی کمتر، کاهش سختی جانبی قاب، کاهش انرژی جذب‌شده در حلقه‌های هیستریزس^۱ و ناپایداری در یک طبقه و یا کل سازه می‌شود [۱۰ و ۱۱].

مهاربندهای کماتش تاب یک نوع نسبتاً جدید و بهبودیافته از مهاربندهای همگرا هستند با این تفاوت که این مهاربندها هم



در کشش و هم در فشار، در مقاومت تنظیم شده^۲ خود تقریباً به طور مشابه وارد ناحیهی غیر الاستیک می شوند (شکل (۱)) [۱۲ و ۱۳]. در این مهاربندها هسته نقش باربری محوری و غلاف فولادی و ماده پرکننده (گروت یا بتن) درون آن نقش عامل مقید کردن کمانش هسته را ایفا می کند. از آنجاکه هسته فولادی در برابر کمانش مقاوم است، تنها کرنش های محوری یکنواخت را تحمل می کند و مفاصل پلاستیک کمانشی، در مهاربند کمانش تاب شکل نمی گیرند [۱۳] ایدهی مهاربندهای کمانش تاب برای اولین بار در ژاپن به شکل تعبیهی هسته فولادی بین پانل های بتنی و همچنین تعبیهی آن در مقطع توخالی (غلاف) پر شده با بتن مطرح شد و امروزه به عنوان یکی از سیستم های مناسب لرزه ای، شناخته شده هستند. هدفی که در این تحقیق دنبال می شود رسیدن به یک طرح بهینه برای سطح مقطع و طول مهاربندهای کمانش تاب در ارتفاع سازه در عین تأمین قیود مورد نظر نظیر تأمین تغییر مکان جانبی مجاز، جلوگیری از بروز خستگی کم چرخه و یکنواخت نمودن جابجایی نسبی می باشد. این هدف با استفاده از الگوریتم های چند هدفه MOEA_D, PESA_II, SPEA2, MOPSO, NSGA_II محقق شده است.



شکل ۱- مکانیسم رفتاری مهاربندهای کمانش تاب [۱۳]

ژن های ضعیف تر از بین می روند. به عبارت دیگر نتیجه عملیات متقابل ژن ها و کروموزوم ها باقی ماندن موجودات اصلح و برتر است. الگوریتم ژنتیک نیز بر همین اساس بهترین پاسخ بهینه سازی را می یابد، در این تحقیق از الگوریتم های فراابتکاری^۶ چندهدفه SPEA2, PESA_II, MOEA_D, MOPSO و NSGA_II نیز استفاده شده است.

تحقیق های بسیاری در زمینه طراحی به همراه بهینه سازی انجام شده است، اما اکثر آنان بهینه سازی های تک هدفه بوده اند و یا از روش های شناخته شده استفاده نکرده اند.

در بسیاری از تحقیق های انجام گرفته با استفاده از بعضی از فرمول های بنیادین مهندسی روش هایی سخت و پیچیده استفاده شده است که ترکیب آن روش ها یا الگوریتم های بهینه سازی (به خصوص چند هدفه) سخت و دشوار است.

در این تحقیق سعی شده است تا طراحی بهینه سازه با روشی صورت گیرد که امروزه در دسترس طراحان و مهندسان سازه قرار دارد و در عوض از این قابلیت که تغییر در طول و مساحت مهاربند موجب تغییر در اندازه مقطع تیر و ستون ها می شود، استفاده کرد. بدین ترتیب برای تمام طبقات یک سازه ممکن است ابعادی جدا گانه برای مهاربند کمانش تاب استفاده نمود. اگر برای هر طبقه مهاربند کمانش تاب ابعادی جداگانه لحاظ شود، تعداد حالات طراحی ممکن است تا چند میلیون هم پیش برود. لذا از الگوریتم های چندهدفه برای کاهش این تعداد تا چند هزار و برای افزایش سرعت آنالیز از همگام سازی برنامه های OpenSees و Matlab در استفاده شده است تا بهترین جواب ها بر اساس توابع هدف انتخاب شود.

به این ترتیب در نهایت برای یک سازه مجموعه ای از بهترین جواب ها وجود خواهد داشت که در هر کدام از توابع هدف، بهترین حالت است.

۱-۱- اهداف تحقیق

از آنجاکه عامل کنترل کنندهی هزینهی قاب های مهاربندی شده با مهاربند کمانش تاب سطح مقطع هسته ی آنها و طول آنها می باشد، هدف اصلی در این تحقیق، بهینه کردن سطح مقطع هسته این مهاربندها و طول آنها در ارتفاع قاب های دوبعدی بوده به نحوی که در تمام طبقات از توزیع جابجایی نسبی یکنواخت استفاده شود که تمام این اهداف تحت سه تابع هدف وزن مهاربند، وزن کل سازه بدون وزن مهاربند و میزان تخطی سازه از پیوستگی جابجایی نسبی در ارتفاع سازه (توزیع جابجایی نسبی یکنواخت) پیاده سازی شده است. در روند

الگوریتم ژنتیک روش بهینه سازی الهام گرفته از طبیعت جاندار است که می توان در طبقه بندی روش های بهینه سازی، از آن به عنوان یک الگوریتم تکاملی^۳ از مجموع الگوریتم های جستجوی تصادفی هدایت شده یاد کرد. این الگوریتم، الگوریتمی مبتنی بر تکرار است و اصول اولیه آن از علم ژنتیک اقتباس گردیده است. علم ژنتیک، علمی است که درباره چگونگی توارث و انتقال صفات بیولوژیکی از نسلی به نسل بعد صحبت می کند. عامل اصلی انتقال صفات بیولوژیکی در موجودات زنده کروموزوم ها^۴ و ژن ها^۵ است و نحوه عملکرد آنها به گونه ای است که در نهایت ژن ها و کروموزوم های برتر و قوی مانده و

مسائل چندهدفه با رویکرد پرتو از دسته مسائل پیچیده‌تر در حل مسائل چندهدفه می‌باشند. علت این است که معمولاً جواب بهینه خاصی برای این روش‌ها به دست نمی‌آید [۱۴].

برای انجام مقایسه‌های مناسب در بهینه‌سازی چندهدفه از مفهوم غلبه استفاده می‌شود. بدین صورت که فرض کنید F فضای موجه مسأله باشد و $(x_1, x_2) \in F$ دو جواب از این مسأله باشد، می‌گوییم x_1 بر x_2 غالب است (یا x_2 مغلوب x_1 است) اگر و فقط اگر، x_1 نسبت به x_2 در هیچ کدام از اهداف بدتر نباشد ($f_i(x_1) \leq f_i(x_2) \forall i \in \{1, 2, \dots, m\}$) و x_1 نسبت به x_2 حداقل در یکی از اهداف اکیداً بهتر باشد ($f_i(x_1) < f_i(x_2)$). به عبارت دیگر حل‌های نامغلوب حل‌هایی هستند که جواب‌های دیگر را پوشش می‌دهند ولی خودشان توسط حل‌های دیگر پوشش داده نمی‌شوند. حال با توجه به این مفهوم دو عملگر به الگوریتم‌های تک هدفه اضافه شده و به الگوریتم‌های چندهدفه شهرت یافته‌اند، که این دو عملگر مرتب‌سازی سریع پاسخ‌های نامغلوب^{۱۰} و فاصله ازدحامی^{۱۱} می‌باشند [۱۴].

در این تحقیق از الگوریتم‌های فراابتکاری چندهدفه NSGA-II، MOPSO، MOEA-D، PESA-II، SPEA2 نیز استفاده شده است، هر کدام از این الگوریتم‌ها بهترین جواب‌ها را به روشی خاص انتخاب می‌کند که در قسمت مقدمه به توضیح روش الگوریتم ژنتیک پرداخته شده است.

الگوریتم SPEA-II الگوریتم کارایی است که از یک آرشیو خارجی^{۱۲} برای ذخیره‌ی پاسخ‌های غیرتعیین کننده که در طی جست‌وجوی الگوریتم یافت می‌شود، استفاده می‌کند.

یکی از شناخته‌ترین الگوریتم‌های چندهدفه، نسخه‌ی دوم الگوریتم چندهدفه‌ی پرتو^{۱۳} (PESA-II) است که در آن برای تولید پاسخ‌های جدید از عملگرهای الگوریتم ژنتیک استفاده می‌شود.

الگوریتم بهینه‌سازی چندهدفه ازدحام ذرات (MOPSO) توسط Coello در سال ۲۰۰۴ معرفی گردید [۱۵]. در واقع این الگوریتم تعمیمی است از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO) که برای حل مثال چندهدفه بکار می‌رود. در الگوریتم MOPSO یک مفهومی به نام آرشیو یا مخزن^{۱۴} نسبت به الگوریتم PSO اضافه شده است که به تالار مشاهیر^{۱۵} نیز معروف است. انتخاب بهترین جواب کلی و بهترین خاطره شخصی برای هر ذره گام مهم و اساسی در الگوریتم بهینه‌سازی چندهدفه ازدحام ذرات است.

الگوریتم MOEA-D^{۱۶} که در سال ۲۰۰۷ توسط Zhang و Li [۱۶] توسعه داده شد، مسأله چندهدفه را به تعدادی زیرمسأله

بهینه‌سازی معیار خسارت به علت خستگی کم چرخه^{۱۷} نیز کنترل شده تا از عدم گسیختگی مهاربندها اطمینان حاصل شود.

برای رسیدن به توزیع بهینه، الگوریتم ژنتیک و الگوریتم‌های فراابتکاری در MATLAB انجام شد و تحلیل‌های انجام گرفته روی قاب‌های مورد مطالعه، تحلیل دینامیکی غیرخطی تحت هفت شتاب‌نگاشت به منظور افزایش دقت انجام شده است و به منظور بالا رفتن سرعت تحلیل‌های غیرخطی از نرم‌افزار OpenSees استفاده شد. به منظور انجام تحقیق ارتباطی بین دو نرم‌افزار OpenSees و MATLAB برقرار شد به نحوی که برنامه MATLAB بتواند کاملاً به صورت خودکار تحلیل نتایج حاصل از آنالیز سازه توسط OpenSees را بررسی و دستورات لازم جهت طراحی سازه را به برنامه OpenSees بدهد.

۲- بهینه‌سازی چندهدفه

امروزه بسیاری از مسائل کاربردی در جهان واقعی را مسائل بهینه‌سازی ترکیباتی چندهدفه تشکیل می‌دهند که اهداف در تضاد با یکدیگر بوده و بهبود در یک هدف باعث بهتر شدن هدف دیگر نمی‌شود. اکثر مطالعات در زمینه‌ی مثال تولید-توزیع در زنجیره تأمین به صورت تک معیار و یا تک هدفه بررسی شده است در حالی که یک هدف یا معیار در مسائل کاربردی واقعی و عملی کافی نمی‌باشد. بدین ترتیب بهینه‌سازی چندهدفه نه تنها به دلیل ماهیت چندهدفه مثال دنیای واقعی، بلکه به دلیل اینکه هنوز سؤالات بدون جواب متعددی در این زمینه وجود دارد، می‌تواند از جمله تحقیقات مهم تلقی شود.

در مثال بهینه‌سازی تک هدفه، با بهینه ساختن تابع هدف الگوریتم به پایان می‌رسد اما در مسائل چندهدفه بهینه‌سازی هم‌زمان چند تابع هدف کار سخت و زمان‌بری است و در اغلب این گونه مسائل تعدادی جواب قابل قبول بر اساس معیارهای نامغلوبی به دست می‌آید؛ بنابراین جواب نهایی به شکل دسته‌ای از جواب‌ها^{۱۸} است که نماینده موازنه‌ای^{۱۹} از توابع هدف مختلف مسأله است. در نهایت یکی از جواب‌ها به عنوان جواب مرجع توسط تصمیم‌گیرنده انتخاب می‌شود، یک مسأله بهینه‌سازی چندهدفه کلی را می‌توان به صورت رابطه (۱) تعریف کرد:

$$f(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_Q(x)] \quad (1)$$

$$\text{Subject: } x \in X$$

که $X \subseteq R^Q$ فضای حل موجه مسأله و $x = \{x_1, x_2, \dots, x_p\}$ مجموعه متغیرهای تصمیم در فضای p بعدی است. از بین این مجموعه حل‌های متناهی حل مناسب جواب‌هایی خواهد بود که عملکرد قابل قبولی را نسبت به همه اهداف داشته باشد. حل



جدول ۱- پارامترهای سیستم باربر لرزه‌ای

پارامتر	مقدار	مرجع
ارتفاع ساختمان	۱۸ متر و ۳۰ متر	-
محل سازه	تهران	-
شتاب مبنای طرح (A)	۰/۳۵	استاندارد ۲۸۰۰ (ویرایش چهارم)
نوع خاک	II	استاندارد ۲۸۰۰ (ویرایش چهارم)
کاربری	مسکونی و اداری	-
ضریب اهمیت	۱	استاندارد ۲۸۰۰ (ویرایش چهارم)
سیستم باربر لرزه‌ای	BRBF با اتصالات ساده‌ی تیر-ستون	استاندارد ۲۸۰۰ (ویرایش چهارم)
ضریب رفتار (R)	۷	استاندارد ۲۸۰۰ (ویرایش چهارم)
Cd	۵/۵	استاندارد ۲۸۰۰ (ویرایش چهارم)

۴- مدل‌سازی غیرخطی سازه

جهت مدل‌سازی و تحلیل غیرخطی سازه از نرم‌افزار OpenSees که یک نرم‌افزار کدباز^{۱۷} می‌باشد استفاده گردید. مدل‌سازی مهاربندها با استفاده از المان تیرستون غیرخطی^{۱۸} و سطح مقطع فایبری یا رشته‌ای^{۱۹} انجام گرفته است. در روش فایبری سطح مقطع موردنظر به المان‌های کوچکی تقسیم می‌شود و با اختصاص ماده دلخواه به هریک از المان‌ها، می‌توان به جای فرض فرآیند پلاستیک شدن در نقاط خاصی از سازه (مانند فرض مفصل خمشی در وسط یا دو سر تیر)، پلاستیک شدن را به صورت توزیع یافته در همه طول المان در نظر گرفت که موجب افزایش دقت مدل‌سازی می‌گردد [۱۸].

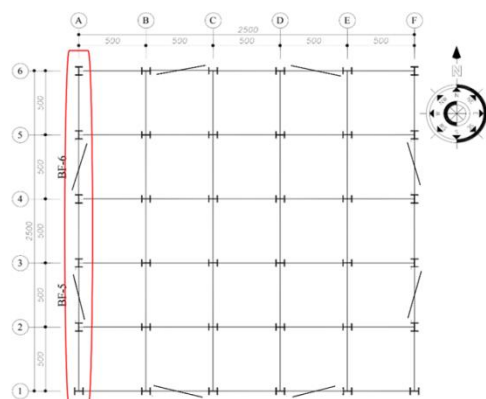
همانطور که در بخش‌های قبلی توضیح داده شد تیرها و ستون‌های دهانه‌ی مهاربندی‌شده‌ی مهاربند کماتش تاب باید به اندازه‌ی کافی مقاوم باشند تا در زمان تسلیم مهاربندها در طول زلزله همچنان الاستیک باقی بمانند و وارد ناحیه‌ی غیر ارتجاعی نشوند؛ بنابراین اختصاص المان تیرستون الاستیک^{۲۰} به تیرها و ستون‌ها کافی است و سرعت تحلیل‌های غیرخطی نیز کاهش می‌یابد ولی به منظور کنترل رفتار این المان‌ها و اطلاع از اینکه وارد ناحیه‌ی غیرخطی شده‌اند یا نه از المان تیرستون غیرخطی استفاده شده است. در هر دو سازه، قاب محور A جهت تحلیل دویعدی غیرخطی و بهینه‌سازی در نظر گرفته شده است.

رابطه تنش-کرنش مقاطع فولادی با استفاده از مصالح Steel02 در نرم‌افزار OpenSees شبیه‌سازی شده است. این

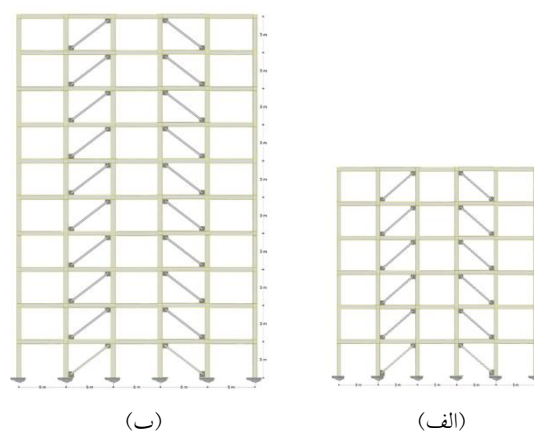
بهینه‌سازی اسکالر (تک هدفه) تجزیه می‌کند و آن‌ها را هم‌زمان بهینه می‌نماید. در این روش یک بردار وزن برای هر زیرمسئله تعریف می‌شود و توابع هدف با استفاده از این بردار وزن در غالب یک تابع هدف کلی تجمع می‌شود.

۳- هندسه سازه

سازه‌ی انتخاب شده از مرجع [۱۷] می‌باشد که به عنوان یک ساختمان نمونه شامل اتصالات مفصلی و واقع در تهران با خاک نوع II می‌باشد و طراحی آن با استفاده از استاندارد ۲۸۰۰ زلزله (ویرایش چهارم) و مبحث ۱۰ مقررات ملی ساختمان (۱۳۹۲) انجام شده است. در شکل (۲) قاب محور A که جهت مدل‌سازی غیرخطی و بهینه‌سازی سطح مقطع مهاربندها مورد استفاده قرار می‌گیرد، نمایش داده شده است. ارتفاع هر طبقه ۳ متر و طول هر دهانه ۵ متر است. بهینه‌سازی برای دو سازه ۶ و ۱۰ طبقه که نمای آن به ترتیب در شکل (۳-الف و ب) نشان داده شده‌اند به صورت دویعدی انجام خواهد گرفت، همچنین در جدول (۱) پارامترهای سیستم باربر لرزه‌ای آورده شده است.



شکل ۲- پلان قاب مهاربندی شده [۱۷]



شکل ۳- نمای قاب ۶ و ۱۰ طبقه

انتخاب گردد؛ بنابراین در این تحقیق هفت زوج شتاب‌نگاشت مورد استفاده قرار گرفته است تا بتوان پاسخ‌های میانگین آن‌ها را در فرآیند بهینه‌سازی مورد استفاده قرارداد.

۴-۲- رکوردهای مورد استفاده

به منظور انجام تحلیل‌های دینامیکی غیرخطی برای محاسبه پاسخ‌ها از هفت رکورد شامل رکوردهای ناهانی^{۲۲}، لوما^{۲۳}، کیپ مندسینو^{۲۴}، نورث ریج^{۲۵}، چیچی^{۲۶}، ایرپنیا^{۲۷}، لوما پرتا^{۲۸} استفاده گردیده است تا بتوان پاسخ‌های میانگین آن‌ها را مورد استفاده قرارداد. رکوردها از بین مجموعه رکوردهای ارائه شده در PEER انتخاب شدند. در جدول (۲) مشخصات رکوردهای انتخابی نشان داده شده است و شکل (۴) نیز نمودار طیف پاسخ شتاب رکوردهای انتخابی را نشان می‌دهد. روش مقیاس بر اساس روش پیشنهاد شده در استاندارد ۲۸۰۰ (ویرایش چهارم) [۱۹] انجام شده است.

در شکل (۵) میانگین طیف پاسخ شتاب رکوردهای انتخابی نشان داده شده است.

۵- فرآیند بهینه‌سازی

هدف از بهینه‌سازی در این تحقیق، حداقل نمودن طول و سطح مقطع مهاربندهای کمانش تاب با رعایت قیود تعریف شده می‌باشد. برای محاسبه و کنترل قیود موردنظر از نتایج میانگین حاصل از تحلیل غیرخطی قاب‌ها تحت هفت زلزله توسط نرم‌افزار OpenSees در الگوریتم بهینه‌سازی کد نویسی شده در MATLAB استفاده شده است. برای این منظور لازم بود ارتباطی بین دو نرم‌افزار OpenSees و MATLAB برقرار گردد تا نتایج تحلیل غیرخطی در OpenSees به عنوان ورودی الگوریتم بهینه‌سازی، مورد استفاده قرار گیرد و برعکس، یعنی مقاطع تولید شده توسط الگوریتم بهینه‌سازی نیز در OpenSees مورد استفاده قرار گیرد. در ادامه جریان این فرآیند ارائه شده است.

مصالص رفتار چرخه‌ای را به خوبی تقریب می‌زنند و سخت‌شوندگی کرنشی را به صورت کینماتیک در نظر می‌گیرد.

پارامترهای مورد نیاز برای تعیین رفتار مصالح Steel02 عبارت‌اند از F_y : تنش تسلیم، E : سختی الاستیک اولیه، b : نسبت سخت‌شوندگی کرنشی و R : میزان انحنا در محل تلاقی دو خط نمودار. تنش تسلیم هسته فولادی مهاربندهای کمانش تاب و تیرها و ستون‌ها به ترتیب برابر ۲۶۲۰ و ۲۴۰۰ کیلوگرم بر سانتی‌مترمربع در نظر گرفته شده‌اند. به منظور خروجی گرفتن خستگی کم چرخه از مهاربندهای کمانش تاب مدل شده در OpenSees جهت کنترل معیار خسارت، از مصالح Fatigue استفاده شده است. این مصالح توسط $Uriz$ تعریف گردیده که تأثیر خستگی کم چرخه را در مدل در نظر می‌گیرد. این مصالح بر اساس خسارت تجمعی ماینر و روابط کافین-مانسون معیار خسارت را در مهاربندها محاسبه می‌کند و همچنین در این مصالح یک مدل اصلاح‌شده‌ی شمارنده‌ی رین فلو^{۲۱} به منظور شمارش تعداد چرخه‌ها که پیش‌ازین شرح داده شده بود، به کار گرفته شده است و به مصالح Steel02 اختصاص داده می‌شود. پارامترهای مورد نیاز جهت تعریف این مصالح، تنش تسلیم فولاد مقطع و همچنین دو مقدار m و E_0 که به ترتیب بیانگر شیب منحنی کافین-مانسون در فضای لگاریتمی و مقدار کرنش در حلقه‌های که منجر به شکست می‌شود، می‌باشند.

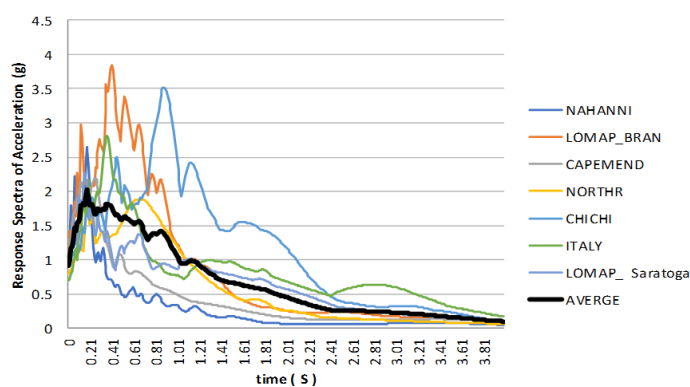
۴-۱- تحلیل تاریخی‌چهی زمانی

تحلیل دینامیکی غیرخطی روی قاب مورد بحث در دو سازه‌ی ۶ و ۱۰ طبقه انجام شد. طبق آیین‌نامه ۲۸۰۰ شتاب‌نگاشت‌هایی که در تعیین اثر حرکت زمین مورد استفاده قرار می‌گیرند باید تا حد امکان نمایانگر حرکت واقعی زمین در محل احداث بنا، در هنگام وقوع زلزله، باشند که برای نیل به این هدف لازم است حداقل هفت زوج شتاب‌نگاشت متعلق به مؤلفه‌های افقی هفت زلزله‌ی مختلف ثبت شده با مشخصات مذکور در همین آیین‌نامه

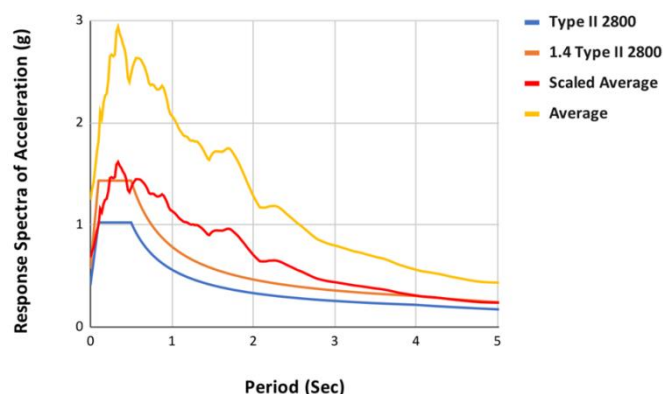
جدول ۲- مشخصات رکوردهای زلزله

نام زلزله	ایستگاه ثبت	سال	مقدار	Mechanism	Epicentral dist. (Km)(Rjb)	نوع خاک
ناهانی	Site 1	۱۹۸۵	۶/۷۶	Reverse	۲/۴۸	II
لوما	BRAN	۱۹۸۹	۶/۹۳	Reverse Oblique	۳/۸۵	II
کیپ مندسینو	Cape Mendocino	۱۹۹۲	۷/۰۱	Reverse	۰/۰۰	II
نورث ریج	LA - Sepulveda VA Hospital	۱۹۹۴	۶/۶۹	Reverse	۰/۰۰	II
چیچی	TCU084	۱۹۹۹	۷/۶۲	Reverse Oblique	۰/۰۰	II
ایرپنیا	Sturto (STN)	۱۹۸۰	۶/۹۰	Normal	۶/۷۸	II
لوما پرتا	Saratoga - Aloha Ave	۱۹۸۹	۶/۹۳	Reverse Oblique	۷/۵۸	II





شکل ۴- طیف پاسخ شتاب رکوردها و میانگین آنها



شکل ۵- مقیاس نمودن طیف پاسخ متوسط زلزله‌ها با طیف پاسخ خاک II

جدول ۳- پارامترهای مورداستفاده در الگوریتم فراابتکاری به منظور

بهینه‌سازی

قالب	الگوریتم	تعداد متغیرهای طراحی	اندازه جمعیت	تعداد گام بهینه‌سازی (نسل)
۶ طبقه	NSGA_II	۱۲	۳۰	۱۰۰
۶ طبقه	SPEA2	۱۲	۵۰	۱۰۰
۶ طبقه	PESA_II	۱۲	۲۵	۱۰۰
۶ طبقه	MOPSO	۱۲	۳۰۰	۱۰۰
۶ طبقه	MOEA_D	۱۲	۲۵	۱۰۰
۱۰ طبقه	NSGA_II	۲۴	۳۰	۱۰۰
۱۰ طبقه	SPEA2	۲۴	۵۰	۱۰۰
۱۰ طبقه	PESA_II	۲۴	۲۵	۱۰۰
۱۰ طبقه	MOPSO	۲۴	۳۰۰	۱۰۰
۱۰ طبقه	MOEA_D	۲۴	۲۵	۱۰۰

۵-۱- فرمول‌بندی مسأله بهینه‌سازی

بهینه‌سازی مقادیر بهینه‌ی متغیرهای طراحی را جستجو می‌کند بطوریکه بهترین خروجی برای تابع هدف داده‌شده باشد و معیارهای آیین‌نامه و نظرات طراح (قیود) را تأمین نماید. مقدار بهینه می‌تواند مقدار کمینه یا بیشینه‌ی تابع موردنظر باشد. در این تحقیق مقدار کمینه‌ی تابع هدف، پاسخ مسأله‌ی بهینه‌سازی مطرح شده می‌باشد. به منظور استفاده از الگوریتم فراابتکاری SPEA2، MOEA_D، PESA_II و NSGA_II MOPSO در فرآیند بهینه‌سازی پارامترهای موردنیاز در این الگوریتم در جدول (۳) نشان داده شده است.

۵-۲- متغیرهای طراحی

مهاربندهای کمانش‌تاب، تحت زلزله، هم در کشش و هم در فشار تسلیم می‌شوند و این ویژگی مهاربندهای کمانش‌تاب است که باعث کارایی بهتر این مهاربندها نسبت به مهاربندهای معمولی شده است. تغییر در سطح مقطع، طول و ویژگی مصالح

شد، نقطه‌ای انتهایی برای عملکرد مهاربندهای کمانش تاب در برابر بارهای لرزه‌ای، گسیختگی به علت خستگی کم چرخه هست. با توجه به توضیحات ارائه‌شده، قیدی جهت کنترل معیار خسارت در اثر خستگی کم چرخه در نظر گرفته شده است. با توجه به اینکه معیار خسارت برای هر مهاربند طی یک تحلیل تاریخیچه‌ی زمانی محاسبه می‌شود، باید معیار خسارت پالمگرن-مایر^{۲۹} [۲۳] (FDI^{۳۰}) در تمامی مهاربندها طی هر هفت رکورد شتابنگاشت کمتر از یک باشد.

$$FDI = \sum \frac{n_i}{N_{fi}} = \frac{n_1}{N_{f1}} + \frac{n_2}{N_{f2}} + \dots + \frac{n_i}{N_{fi}} \quad (۶)$$

که در آن n_i تعداد سیکل و N_{fi} عمر خستگی (تعداد چرخه‌های تکرارشونده تا رسیدن به شکست) در هر دامنه‌ی ثابت کرنشی i می‌باشد. در صورتی که مقدار FDI بزرگ‌تر از یک شود، احتمال شکست وجود دارد.

همچنین قیود جانبی دیگری از جمله میزان حداقل و حداکثر برای عرض مقطع مهاربندها به ترتیب برابر ۱ و ۲۰ سانتی‌متر و حداقل ۳۵ سانتی‌متر طول مهاربند کمانش تاب برای قاب شش طبقه و ده طبقه در نظر گرفته شده است.

همچنین از آنجا که تعداد تحلیل‌ها در بهینه‌سازی‌های فراابتکاری زیاد است و هرکدام از آن‌ها دارای اهمیت جداگانه می‌باشد لذا در برابر کفایت نیروهای برشی و خمشی و محوری برای تیرها و ستون‌ها قیدی در نظر گرفته شده است به این معنی که در هر تحلیل تک‌تک تیرها و ستون‌ها موردبررسی قرار گرفته و سطح مقطع مناسب آن‌ها از لیست سطح مقطع آماده‌شده انتخاب خواهد شد.

۴-۵- تابع هدف

تابع هدف که معمولاً به عنوان یک معیار هزینه یا عملکرد شناخته می‌شود بر اساس متغیرهای طراحی تعریف شده و انگیزه‌ی تصمیم‌گیری قلمداد می‌گردد. در طراحی بهینه، بهترین مقدار تابع هدف (کمینه یا بیشینه) به دست می‌آید، بطوری که همه‌ی قیدها تأمین گردند؛ بنابراین انتخاب یک تابع هدف مناسب مهم است. در این تحقیق یک مسأله بهینه‌سازی چند هدفه با تابع هدف مربوط به هزینه تحت بارهای لرزه‌ای حل می‌شود که هدف، حداقل نمودن سطح مقطع و طول مهاربندهای کمانش تاب به وسیله سه تابع هدف که یکی حداقل نمودن وزن مهاربندهای کمانش تاب رابطه (۷) و دیگری حداقل نمودن وزن کل سازه بدون مهاربندهای کمانش تاب رابطه (۸) و دیگری پیوستگی جابجایی نسبی (Drift) در سازه رابطه (۹) است.

مورد استفاده در هسته‌ی مهاربند و محل نصب آن در سازه در میزان تسلیم هسته مهاربند مؤثر است. وزن کل مهاربندها، وزن کل سازه بدون وزن مهاربندها و یکپارچگی جابجایی نسبی به عنوان تابع‌های هدف انتخاب می‌شود. ضخامت مقاطع مهاربندها ثابت و برابر ۳ سانتی‌متر فرض شده و متغیر طراحی جهت بهینه‌سازی، عرض مقاطع و طول مهاربند در نظر گرفته شده است (رابطه (۲) و (۳)) [۲۰].

$$X = (b_1, b_2, b_3, \dots, b_n) \quad (۲)$$

$$L = (l_1, l_2, l_3, \dots, l_n) \quad (۳)$$

که در آن n تعداد طبقات است و l_i عرض مقطع و b_i طول مهاربند نام می‌باشد. لازم به ذکر است که برای هر طبقه یک نوع مهاربند در نظر گرفته شده است.

۵-۳- قیود طراحی

در طراحی سازه، متغیرها نمی‌توانند هر مقداری داشته باشند و می‌بایستی بر اساس یک سری از ملزومات و قیود، محدود شوند که به آن‌ها قیود طراحی گفته می‌شود. مهم‌ترین ضرورت در قاب‌های BRBF پس از اتمام زلزله این است که تغییر شکل‌های ماندگار در سازه و میزان آسیب وارد به آن حداقل شود. در این تحقیق تأمین چنین ضرورتی با اعمال قید محدود شدن جابجایی طبقات به مقدار مجاز فرمول (۴)، به منظور اعمال تغییر مکان ماندگار سازه، فرض شده است که چنانچه مقدار جابجایی‌های ماندگار از رابطه (۵) کمتر باشد جابجایی ماندگار در محدوده قابل قبول قرار دارد.

$$Allowable\ Drift = 0.02 \quad (۴)$$

$$Residual\ Displacement = 0.005\ H \quad (۵)$$

H ارتفاع سازه است. همچنین در روابط فوق $Allowable\ Drift$ جابجایی نسبی طبقه و $Residual\ Displacement$ مقدار جابجایی ماندگار مجاز است، مقدار تغییر مکان جانبی نسبی طبقات مطابق آیین‌نامه ASCE 7-22 [۲۱] و FEMA450 [۲۲] برابر ۲٪ در نظر گرفته شده است. حداکثر مقدار کرنش مهاربند تنها ملاک برای صحت عملکرد نمونه تا انتهای بارگذاری نمی‌باشد. طبق معیار خسارت تجمعی می‌بایست مجموعه‌ای از خسارت‌های خستگی کم چرخه در چرخه‌های مختلف در نظر گرفته شود تا بتوان با قطعیت بیشتری در مورد عملکرد مطلوب آن اظهارنظر کرد [۲۰]. با توجه به توضیحاتی که پیش‌ازین ارائه



که در آن Avg_{Drift} میانگین جابجایی نسبی (Drift) کل سازه، $story_{Drift}$ و $Drift_{story}$ جابجایی نسبی (Drift) هر طبقه، $Disp_{story}$ جابجایی ماندگار در هر طبقه، H ارتفاع سازه و W_{Drift} و W_{Disp} ضرایب کاهش دهنده هستند که در قیود ضرب خواهند شد تا مقادیر ترم‌های قیود، غالب بر تابع هدف نگردد.

لازمه به دست آوردن مقادیر تابع هدف گذراندن آن از چندین مرحله است که شامل بررسی کفایت خمشی برشی و نیروی محوری تیرها و ستون‌ها می‌باشد همچنین کفایت جابجایی نسبی در ارتفاع سازه موردبررسی قرار می‌گیرد و همین‌طور قیودی که در طول این کار باید در نظر گرفته شود تحت بررسی قرار می‌گیرد که مراحل آن توسط شکل (۶) نمایش داده شده است. از آنجاکه اکثر الگوریتم‌های به کار رفته در این تحقیق از سیستم پرتو پشتیبانی می‌کند به این معنی که علاوه بر مقادیر جواب فضای جواب هم موردبررسی قرار می‌گیرد لذا جواب‌های بی‌نهایت و تهی قابل قبول نمی‌باشند و در روند بهینه‌سازی اختلال ایجاد می‌کند همچنین مقادیر طول و عرض مهاربند باید در محدوده قابل قبول باشد تا در صورت تغییراتی که در نسل‌ها به وجود می‌آید اعداد غیرقابل قبول در شکل هندسه سازه وارد برنامه OpenSees نشود این قیود در برنامه در نظر گرفته شده است تا جواب‌های قابل قبول و منطقی به دست آید.

۶- بررسی نتایج حاصل از بهینه‌سازی

بهینه‌سازی توسط الگوریتم‌های فراابتکاری NSGA-II, SPEA2, MOEA_D, PESA-II و MOPSO انجام خواهد گرفت و نتایج در ادامه توسط نمودارهای سه‌بعدی که هرکدام از محورهای آن نماد یکی از توابع هدف است نشان داده خواهد شد. از آنجا که این تحقیق یک بهینه‌سازی چندهدفه است، لذا اثر هر تابع هدف به صورت هم‌زمان در نظر گرفته می‌شود.

روند کلی کار برای تمام الگوریتم‌های بهینه‌سازی به این صورت است که با ایجاد یک جمعیت اولیه و بررسی آن و با استفاده از فرمول‌ها و روش‌هایی که در هرکدام از الگوریتم‌ها وجود دارد بهترین جواب‌ها انتخاب شده و در نسل‌های بعد از ویژگی‌ها و خصوصیات که در هرکدام از جمعیت‌ها وجود دارد استفاده شده تا بهترین جمعیت‌های جدید به وجود آمده و در تمام این موارد تمام توابع هدف موردبررسی قرار می‌گیرند. نتایجی که در نمودارها مشاهده می‌شود نمایانگر جمعیت‌های انتخابی در آخرین نسل‌ها و یا بهترین جواب‌ها در طول تمام نسل‌ها بسته به نوع عملکرد الگوریتم می‌باشد، علاوه بر منتخب

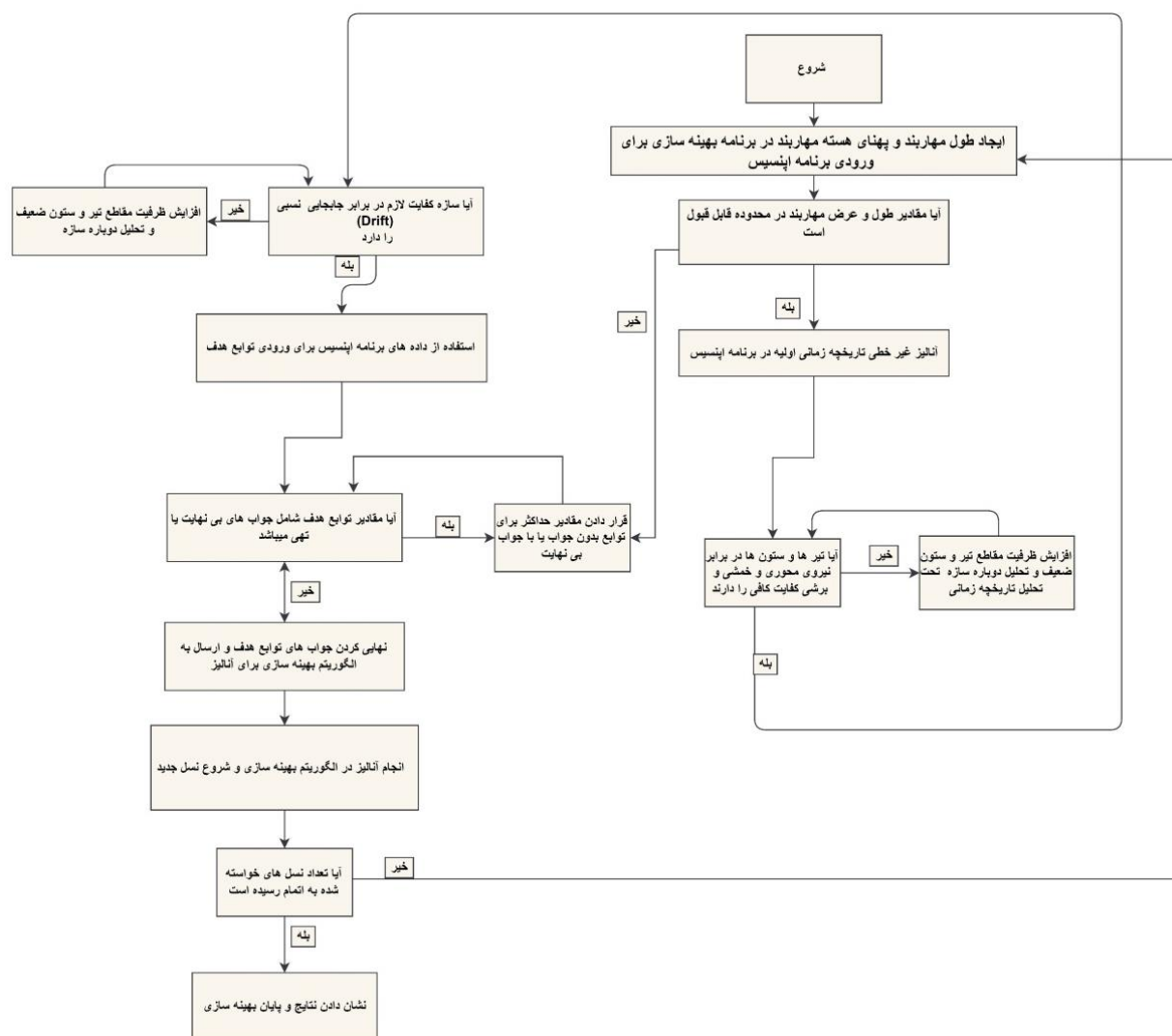
$$\text{Minimize } F_1(x) = S_f \left(\rho \sum_{i=1}^n \frac{f_p}{f_d} \{L_i \cdot A_i\} \right) + \rho \sum_{i=1}^n \frac{f_d}{f_p} \{L_i \cdot A_i\} \quad (7)$$

که در آن n تعداد مهاربندها و A مساحت هسته مهاربند λ_m و L طول مهاربند λ_m و ρ وزن مخصوص فولاد مصرفی برای تیر و ستون‌ها می‌باشد. f_p نیروی محوری وارده به مهاربند λ_m و f_d نیروی مقاوم مهاربند λ_m است، S_f ضریبی برای کنترل خستگی کم چرخه است اگر هرکدام از مهاربندها در اثر خستگی کم چرخه دچار کماتش شود این ضریب تمام تابع هدف مربوط به وزن مهاربند کماتش تاب $F_1(x)$ را برابر با یک مقدار حداکثری قرار می‌دهد تا در نسل‌های بعد این اتفاق نیفتد. لازم به ذکر است که بسته به این‌که کدام یک از نیروی وارده و یا نیروی مقاوم محوری مهاربند بیشتر باشند فقط یکی از ترم‌های رابطه (۷) محاسبه خواهد شد و دلیل آن این است که به نحوی اثر کم‌تر یا بیشتر از ظرفیت لازم شدن سطح مقطع مهاربند در الگوریتم‌های بهینه‌سازی دیده شود. در اینجا S_f ، f_p و f_d نقش تابع جریمه را دارند، به منظور در نظر گرفتن اثر قیود در تعیین بهترین جمعیت (کمترین مقدار برای تابع هدف)، تابع جریمه‌ای متناسب بافاصله گرفتن قیود از فضای مجاز تصمیم مسأله تعریف شده که به تابع هدف اعمال می‌گردد. با بزرگ شدن مقدار تابع هدف مربوط به یک جمعیت، احتمال انتخاب آن جمعیت به عنوان بهترین جواب کاهش می‌یابد.

$$\text{Minimize } F_2(x) = \rho \sum_{j=1}^n \{L_j \cdot A_j\} \quad (8)$$

که در آن n تعداد تیرها و ستون‌ها و A مساحت سطح مقطع تیر و ستون λ_m و L طول تیر و ستون λ_m و ρ وزن مخصوص تیر و ستون‌ها می‌باشد. در رابطه (۹) بخش اول رابطه مربوط خود تابع هدف پیوستگی جابجایی نسبی است و بخش دوم و سوم آن به ترتیب توابع جریمه جابجایی نسبی و جابجایی ماندگار از مقادیر مجاز است. این تابع به گونه‌ای است که هرچه مقدار آن کمتر شود پیوستگی جابجایی در سازه بهتر خواهد بود.

$$\text{Minimize } F_3(x) = \sum_{j=1}^n |Avg_{Drift} - story_{Drift}| + W_{Drift} \left(\sum_{j=1}^n |Drift_{story} - 0.02| \right) + W_{Disp} \left(\sum_{j=1}^n |Disp_{story} - 0.005H| \right) \quad (9)$$



شکل ۶- مراحل مختلف به دست آوردن توابع هدف و تأثیر بعضی از قیود در برنامه OpenSees

ضرایبی که نقش تابع جریمه را بر عهده دارند، واحد خود را از دست می‌دهند، بنابراین نمی‌توان برای مقدار توابع هدف واحد خاصی در نظر گرفت؛ بلکه باید آنان را با سایر جواب‌های به دست آمده در الگوریتم مقایسه کرد.

هرچه مقدار توابع وزن سازه و وزن مهاربند کمتر باشد، یعنی سازه در همان قسمت وزن کمتری دارد و هرچه مقدار تابع پیوستگی جابجایی نسبی کمتر شود، یعنی پیوستگی جابجایی نسبی در ارتفاع سازه بهتر انجام شده است.

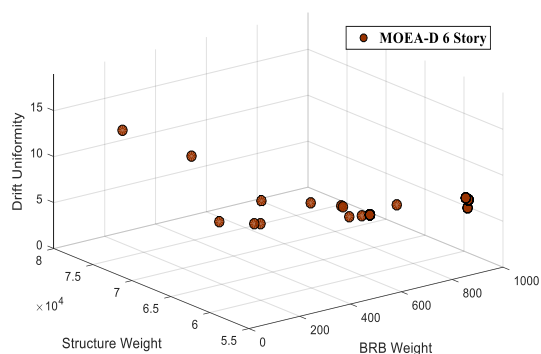
برای مقایسه جواب‌های به دست آمده با روش‌های معمول سازه ارائه شده در این مقاله با طراحی برنامه Etabs مقایسه می‌شود که در بخش‌های بعدی به آن پرداخته شده است.

نتایج بهینه‌سازی برای سازه ۶ طبقه تحت الگوریتم‌های مختلف در شکل‌های (۷) تا (۱۲) نشان داده شده است و با

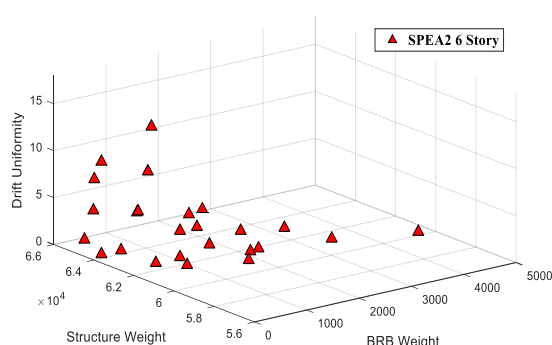
بودن تمام آن‌ها می‌توان روابطی که بین آن‌ها نسبت به هرکدام از توابع هدف وجود دارد را نیز مشاهده کرد. بهینه‌سازی برای دو سازه ۶ و ۱۰ طبقه انجام خواهد گرفت اول نتایج سازه ۶ طبقه و بعد نتایج سازه ۱۰ طبقه و بعد از آن عملکرد هر دو سازه ۶ و ۱۰ طبقه به صورت هم‌زمان در یک نمودار با یکدیگر برای هرکدام از الگوریتم‌ها نشان داده شده است و در نهایت نتایج بهینه‌سازی برای تمام الگوریتم‌ها به صورت هم‌زمان در یک نمودار سه‌بعدی برای هرکدام از سازه‌های ۶ و ۱۰ طبقه نشان داده خواهد شد.

۷- نتایج الگوریتم‌های بهینه‌سازی برای سازه ۶ طبقه

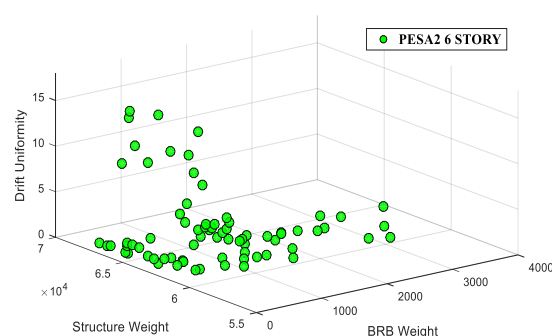
اعداد و نتایجی که از برنامه OpenSees استخراج می‌شوند دارای واحدی خاص هستند. اما زمانی که این اعداد در فرمول‌های تابع هدف قرار می‌گیرند به دلیل ادغام شدن با



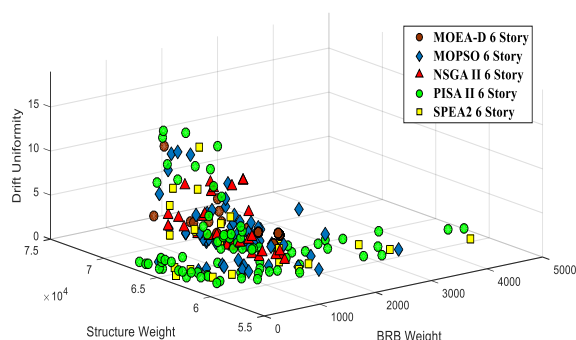
شکل ۹- نتایج الگوریتم بهینه‌سازی MOEA_D برای سازه ۶ طبقه



شکل ۱۰- نتایج الگوریتم بهینه‌سازی SPEA 2 برای سازه ۶ طبقه

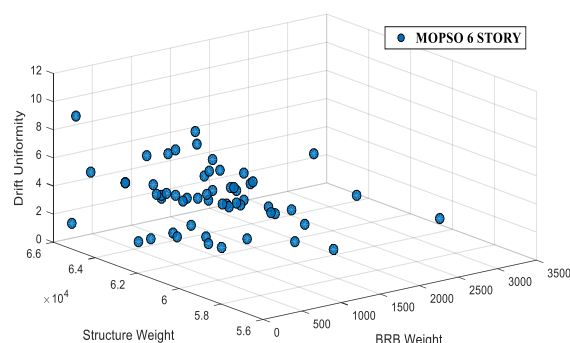


شکل ۱۱- نتایج الگوریتم بهینه‌سازی PESA II برای سازه ۶ طبقه

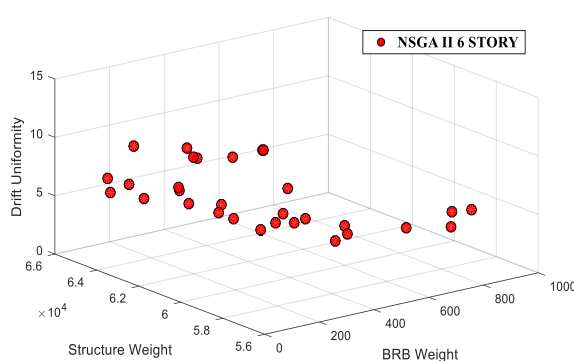


شکل ۱۲- مقایسه نتایج تمام الگوریتم‌های فراابتکاری برای بهینه‌سازی سازه ۶ طبقه

توجه به این شکل‌ها نتیجه گرفته می‌شود که این الگوریتم‌ها از همگرایی خوبی برخوردار است به طوری‌که با افزایش وزن سازه مقادیر پیوستگی جابجایی نسبی افزایش پیدا کرده و همین‌طور با افزایش مقادیر وزن مهاربند کمانش تاب، مقدار وزن سازه و مقدار یکنواختی جابجایی نسبی کاهش پیدا می‌کند. همچنین سعی شده است که با استفاده از مقادیر جواب‌های گوناگون جواب‌های متنوعی برای توابع هدف پیدا شود تا بتوان پیوستگی و همگرایی لازم در جواب‌ها حاصل شود. جواب‌های به دست آمده مانند یک کاتالوگ از جواب‌های برتر انتخاب‌شده در هزاران تحلیل انجام‌شده توسط الگوریتم می‌باشد و کاربر می‌تواند بسته به نیاز خود و مقادیر موردنیاز برای توابع هدف یکی از جواب‌ها را انتخاب کرده و از آن استفاده کند. اگرچه که بازه جواب‌ها نسبت به یکدیگر متفاوت است، اما الگوریتم تلاش کرده است تا بتواند تمام بازه موردنظر و بهترین جواب‌های ممکن را انتخاب کرده و در انتها بهترین نتایج را نشان دهد و همچنین پیوستگی لازم میان جواب‌ها را ایجاد کند.

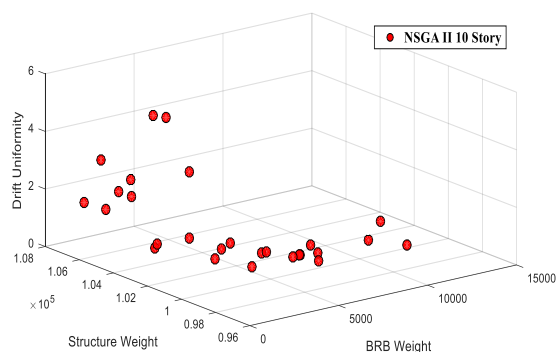


شکل ۷- نتایج الگوریتم بهینه‌سازی MOPSO برای سازه ۶ طبقه

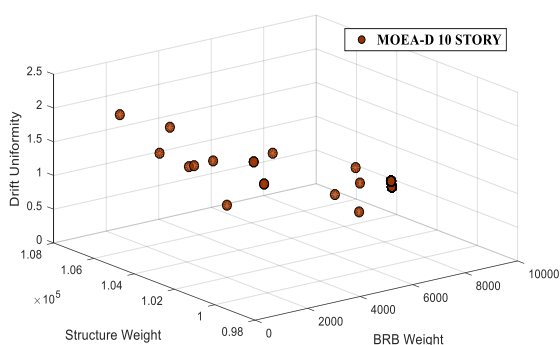


شکل ۸- نتایج الگوریتم بهینه‌سازی NSGA II برای سازه ۶ طبقه

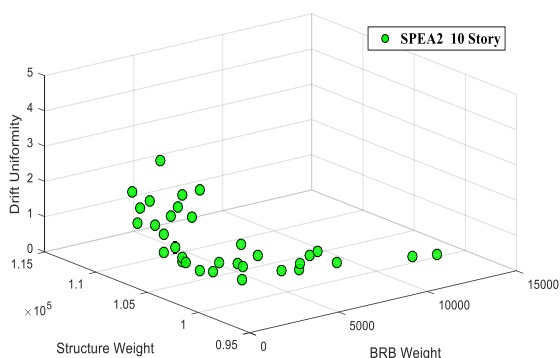
لازم به ذکر است که مقادیر توابع هدف به گونه‌ای تنظیم شده است که مقادیر کمتر آن‌ها جواب‌های بهتری خواهد بود اما



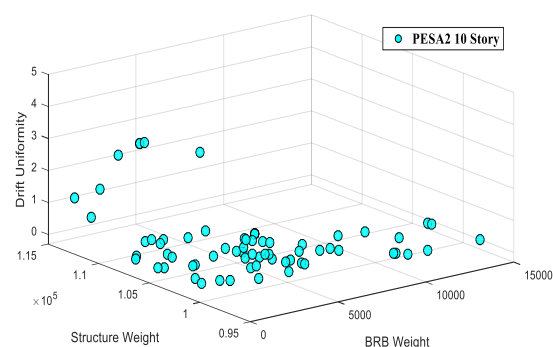
شکل ۱۴- نتایج الگوریتم بهینه‌سازی NSGA II برای سازه ۱۰ طبقه



شکل ۱۵- نتایج الگوریتم بهینه‌سازی MOEA_D برای سازه ۱۰ طبقه



شکل ۱۶- نتایج الگوریتم بهینه‌سازی SPEA 2 برای سازه ۱۰ طبقه



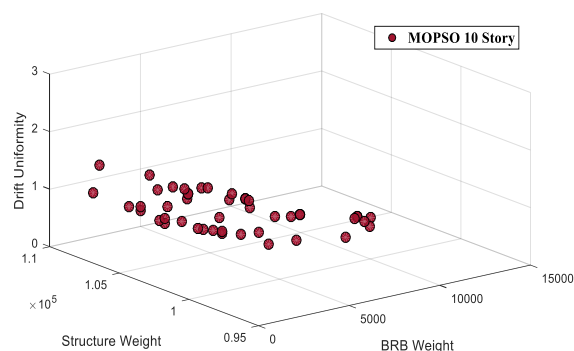
شکل ۱۷- نتایج الگوریتم بهینه‌سازی PESA II برای سازه ۱۰ طبقه

با توجه به اینکه سه تابع هدف وجود دارد و تغییر در یکی از توابع هدف، موجب تغییر در توابع هدف دیگر هم می‌شود، لذا الگوریتم مجموعه‌ای از جواب‌ها در بازه‌های متفاوت را انتخاب می‌کند تا بسته به نیاز بهترین جواب‌ها انتخاب شود، که حتی جواب‌های نشان داده‌شده نسبت به جواب‌های به‌دست‌آمده در خود الگوریتم از مقادیر بهتری برخوردار می‌باشند و جواب‌ها، جواب‌های منتخب و برتر هستند.

با مشاهده نتایج نمودارهای شکل (۱۲) مشخص می‌شود که با افزایش وزن سازه، مقادیر تابع وزن مهاربند کمانش تاب کاهش پیدا می‌کند و با کاهش وزن مهاربند کمانش تاب مقادیر پیوستگی جابجایی نسبی افزایش پیدا کرده و همین‌طور با افزایش وزن سازه مقادیر پیوستگی جانبی نسبی افزایش پیدا می‌کند، اما تراکم جمعیت در قسمت کمترین مقدار برای وزن مهاربند است. این نتایج نشان‌دهنده صحت جواب‌های به‌دست‌آمده از الگوریتم‌های متفاوت نسبت به یکدیگر می‌باشد؛ و جواب‌های به‌دست‌آمده در محدوده قابل‌توجهی برای تابع وزن مهاربند کمانش تاب است که با کاهش آن مقادیر تابع وزن سازه و یکنواختی جابجایی نسبی با توجه به نمودار بیشتر می‌شود.

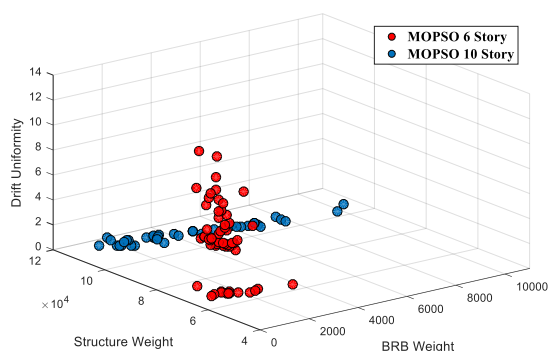
۸- نتایج الگوریتم‌های بهینه‌سازی برای سازه ۱۰ طبقه

نتایج بهینه‌سازی برای سازه ۱۰ طبقه تحت الگوریتم‌های مختلف در شکل‌های (۱۳) تا (۱۸) نشان داده شده است. جواب‌ها به صورت پراکنده قرار دارد و الگوریتم سعی کرده است تا با پیدا کردن جواب‌های گوناگون در بازه‌های متفاوت همگرایی لازم را به دست آورد.

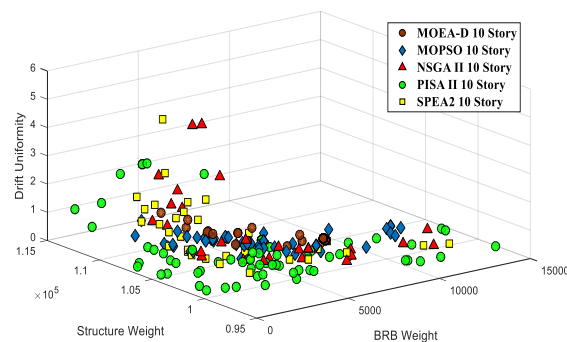


شکل ۱۳- نتایج بهینه‌سازی الگوریتم MOPSO برای سازه ۱۰ طبقه

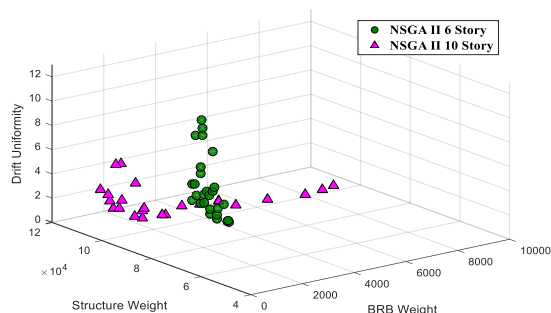
در شکل (۱۸) نتایج بهینه‌سازی برای سازه ۱۰ طبقه تحت تمام الگوریتم‌های به‌کاررفته در این تحقیق نشان داده شده است. نتایج به دست‌آمده در این نمودار نیز نشان‌دهنده آن است که



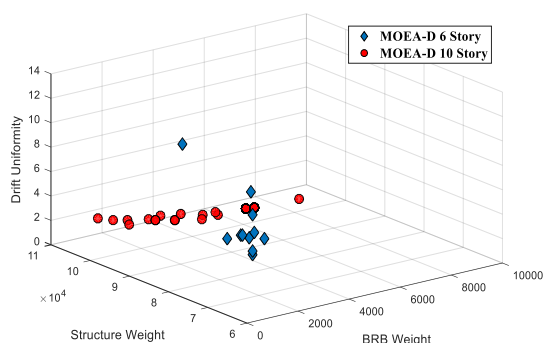
شکل ۱۹- نتایج بهینه‌سازی الگوریتم MOPSO برای سازه ۶ و ۱۰ طبقه



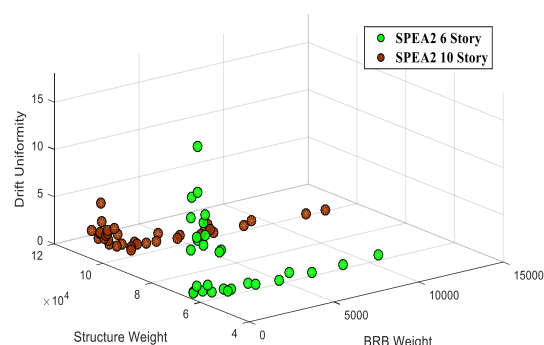
شکل ۱۸- مقایسه نتایج تمام الگوریتم‌های فراابتکاری برای بهینه‌سازی سازه ۱۰ طبقه



شکل ۲۰- نتایج الگوریتم بهینه‌سازی NSGA II برای سازه ۶ و ۱۰ طبقه



شکل ۲۱- نتایج الگوریتم بهینه‌سازی MOEA-D برای سازه ۶ و ۱۰ طبقه



شکل ۲۲- نتایج الگوریتم بهینه‌سازی SPEA2 برای سازه ۶ و ۱۰ طبقه

نتایج الگوریتم‌های متفاوت با یکدیگر همخوانی لازم را داشته و این امر نشان‌دهنده آن است که جواب‌های به دست آمده در محدوده قابل قبول می‌باشند؛ با کاهش وزن مهاربند مقادیر وزن سازه و جابجایی نسبی طبقات افزایش پیدا کرده که این امر در مورد تمام الگوریتم‌های به کار رفته صادق است و علاوه بر تأیید جواب‌های به دست آمده توسط دیگر الگوریتم‌ها روند حرکت مقدار توابع هدف را نیز نشان می‌دهد، همچنین در الگوریتم‌های مختلف بازه‌ی تغییر جواب‌ها برای توابع هدف نسبتاً یکسان بوده است که نشان‌دهنده‌ی تطابق جواب‌ها در الگوریتم‌های متفاوت است.

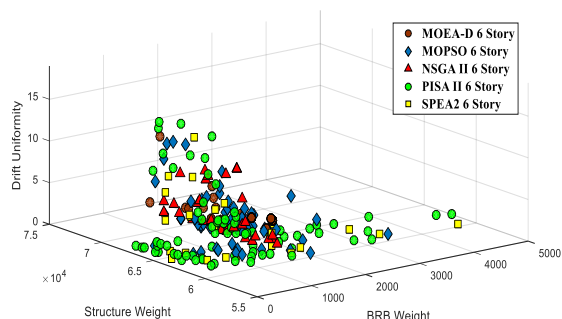
۹- مقایسه نتایج الگوریتم‌های بهینه‌سازی برای سازه ۶ و ۱۰ طبقه

نتایج بهینه‌سازی برای سازه ۶ و ۱۰ طبقه تحت الگوریتم‌های مختلف در شکل‌های (۱۹) تا (۲۳) نشان داده شده است. در تمام شکل‌ها، مقدار بازه جواب‌ها برای تابع هدف وزن مهاربند در سازه ۱۰ طبقه نسبت به سازه ۶ طبقه بیشتر است، که به دلیل تعداد طبقات بیشتر آن است. همچنین وزن سازه در ۱۰ طبقه بیشتر از وزن سازه ۶ طبقه است، اما مقادیر تابع پیوستگی جابجایی نسبی در سازه ۱۰ طبقه در بین عدد صفرتا دو تغییر می‌کند و برای سازه ۶ طبقه بین صفرتا هشت تغییر می‌کند که این امر نشان‌دهنده آن است که الگوریتم در سازه ۱۰ طبقه توانسته است تابع هدف پیوستگی جابجایی نسبی را بهتر به جواب برساند و در سازه ۶ طبقه این مقدار چند برابر سازه ۱۰ طبقه است که هر دوی این‌ها از مقدار نتایج تحلیل استاتیکی کمتر است که در بخش‌های جلوتر مورد مقایسه قرار خواهد گرفت.

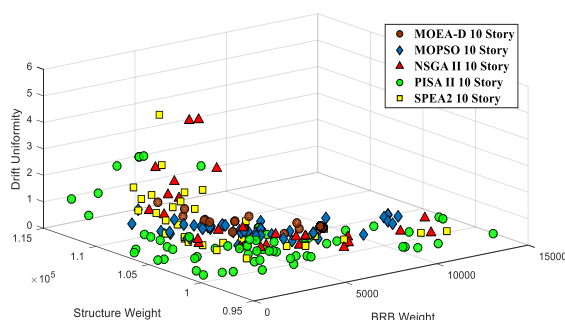
جدول ۵- مقادیر توابع هدف برای سازه ۱۰ طبقه تحت تحلیل

استاتیکی در برنامه Etabs

سازه ۱۰ طبقه		
تابع وزن مهاربند	تابع وزن سازه	تابع Drift
۲/۸۸۲۱	۱۳۴۲۸۸/۱	۷/۲

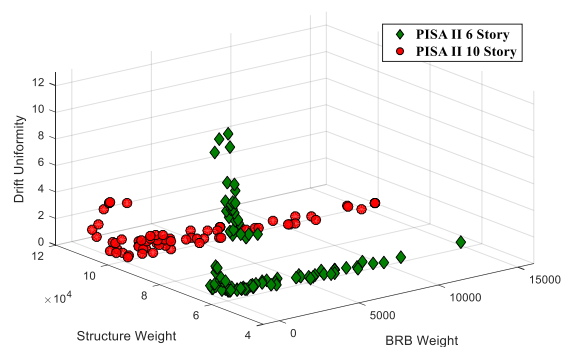


شکل ۲۴- مقایسه نتایج تمام الگوریتم‌های فراابتکاری برای بهینه‌سازی سازه ۶ طبقه



شکل ۲۵- مقایسه نتایج تمام الگوریتم‌های فراابتکاری برای بهینه‌سازی سازه ۱۰ طبقه

با توجه به بازه جواب‌ها در سازه ۶ طبقه برای تابع وزن مهاربند کمانش تاب در نتایج الگوریتم بهینه‌سازی مشاهده می‌شود که نتایج کمتر از ۵۰ درصد برای تابع وزن مهاربند کمانش تاب نسبت به نتایج برنامه Etabs است و همین‌طور تمام جواب‌های به دست آمده در قسمت وزن سازه برای بهینه‌سازی کمتر از وزن سازه در Etabs قرار دارد و همین‌طور نقاط به دست آمده برای تابع پیوستگی جابجایی نسبی در نتایج بهینه‌سازی اکثریت کمتر از مقدار تحلیل در برنامه Etabs است. مقدارهایی از تابع پیوستگی جابجایی نسبی که از مقدار محاسبه شده در برنامه Etabs بیشتر است، برای دو تابع هدف دیگر مقدارهای بسیار کمتری را محاسبه کرده‌اند و برای همین به عنوان جواب در لیست جواب‌های بهینه قرار داده شده‌اند.



شکل ۲۳- نتایج الگوریتم بهینه‌سازی PISA II برای سازه ۶ و ۱۰ طبقه

مقدار تابع وزن مهاربند کمانش تاب در محدوده‌های نسبتاً مشابه قرار دارد و آن‌هم به دلیل عملکرد این مهاربند است که بازه‌ی انتخابی که مهاربند می‌توانست در آن حرکت کند، همه مقادیر را مورد تحلیل قرار داده است و لذا بازه‌ی جواب‌های به دست آمده برای آن به نسبت به الگوریتم‌های دیگر بیشتر است اما نتایج تابع پیوستگی جابجایی نسبی برای سازه ۱۰ طبقه بسیار بهتر از سازه ۶ طبقه است، که مشابه دیگر الگوریتم‌ها است و در سازه ۱۰ طبقه عملکرد بهتری را از خود نشان می‌دهد.

۱۰- مقایسه نتایج تمام الگوریتم‌های فراابتکاری نتایج

تحلیل استاتیکی برنامه ETABS

جهت مقایسه نتایج بهینه‌سازی با روش‌های معمول طراحی، سازه‌های ۶ و ۱۰ طبقه توسط نرم افزار Etabs طراحی شده‌اند و با استفاده از داده‌های برنامه Etabs، سه تابع هدف گفته شده در بخش توابع هدف به صورت دستی محاسبه شده‌اند. نتایج توابع هدف از برنامه Etabs برای سازه‌های ۶ و ۱۰ طبقه به ترتیب در جداول (۴) و (۵) آمده است، همچنین نتایج بهینه‌سازی توابع هدف به روش الگوریتم‌های چندهدفه برای سازه‌های ۶ و ۱۰ طبقه به ترتیب در شکل (۲۴) و (۲۵) آورده شده است.

با استفاده از این مقادیر، مقایسه‌ای بین طراحی عادی با نتایج طراحی بهینه که در این مقاله از آن استفاده شده است، انجام گردیده است.

جدول ۴- مقادیر توابع هدف برای سازه ۶ طبقه تحت تحلیل

استاتیکی در برنامه Etabs

سازه ۶ طبقه		
تابع Drift	تابع وزن سازه	تابع وزن مهاربند
۸/۱	۸۱۹۱۰/۴	۲۷۱۵/۶

قاب‌های مورد مطالعه در نرم‌افزار OpenSees مدل‌سازی شدند پس از ایجاد طول و سطح مقطع توسط الگوریتم بهینه‌سازی طول و عرض مقطع مهاربندها وارد محیط برنامه OpenSees شوند و پس از تحلیل نتایج آن گرفته‌شده و کفایت تیرها و ستون‌ها بررسی شده و همین‌طور کفایت سازه در برابر جابجایی نسبی در ارتفاع سازه و پس از بررسی سازه در برابر پارامترهای آیین‌نامه‌ای از نتایج تحلیل توسط OpenSees برای گرفتن خروجی جهت به دست آوردن مقادیر توابع هدف استفاده شود.

با توجه به اینکه استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی و تحلیل غیرخطی تماماً در کاهش سطح مقطع و طول مهاربند کمانش تاب اثر دارند، لذا تأثیر هریک به وسیله‌ی سه تابع هدف وزن مهاربند کمانش تاب، وزن کل سازه بدون مهاربند و یکنواختی جابجایی نسبی در ارتفاع سازه مورد بررسی قرار گرفت. با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی جواب‌ها طوری هدایت شدند که حداقل جواب‌ها برای توابع هدف انتخاب شده و رابطه‌ی این سه تابع هدف با یکدیگر برای جواب‌های انتخاب‌شده توسط نمودارهای نهایی نشان داده می‌شوند.

با توجه به نتایج الگوریتم‌های انجام‌شده این نتیجه حاصل می‌شود که کاهش مقدار تابع وزن مهاربند کمانش تاب باعث افزایش وزن کل سازه و افزایش مقدار تابع پیوستگی جابجایی نسبی می‌شود. همچنین برای مقادیر تابع وزن مهاربند کمانش تاب در مقدارهای بالا مقدار تابع وزن سازه و تابع پیوستگی جابجایی‌های نسبی در مقادیر کمتر قرار خواهند داشت. همچنین با مقایسه نتایج بهینه‌سازی با نتایج تحلیل استاتیکی خطی در نرم‌افزار Etabs مشخص می‌شود که مقادیر به‌دست‌آمده در بهینه‌سازی با درصد‌های بسیار قابل‌توجهی مقادیر وزن مهاربند و وزن سازه و پیوستگی جابجایی نسبی را کاهش داده است و این اهمیت بهینه‌سازی در طراحی سازه‌های مجهز به مهاربند کمانش تاب را نشان می‌دهد.

این نمودارها همانند یک کاتالوگ عمل می‌کنند که اثر هر یک از توابع هدف نسبت به یکدیگر را نشان می‌دهد در صورتی‌که کاربر بخواهد هرکدام از این خاصیت‌ها را در مقادیر مشخصی که در نمودارها نشان داده‌شده است انتخاب کند و سازه‌ای با آن ویژگی داشته در اختیار داشته باشد می‌توان مشخصات این سازه را از نمودار انتخاب کرده و طول و عرض مهاربند را از نتایج آن گرفته و آن را استفاده کرد.

با توجه به بازه جواب‌ها در سازه ۱۰ طبقه برای تابع وزن مهاربند کمانش تاب در نتایج بهینه‌سازی نشان داده می‌شود که اکثریت جواب‌ها در بازه ۲۰۰۰ تا ۷۰۰۰ واقع شده است که عملکردی کمتر از ۳۲-۷۰ درصد برای تابع وزن مهاربند کمانش تاب نسبت به نتایج برنامه Etabs است و همین‌طور تمام جواب‌های به دست آمده در قسمت وزن سازه نتایج بهینه‌سازی کمتر از وزن سازه در Etabs قرار دارد و همین‌طور نقاط به دست آمده برای تابع پیوستگی جابجایی نسبی در نتایج بهینه‌سازی همه کمتر از مقدار تحلیل در برنامه Etabs است که نشان‌دهنده عملکرد بهتر بهینه‌سازی برای سازه ۱۰ طبقه در قسمت تابع پیوستگی جابجایی نسبی بوده است.

مقایسه توابع هدف با نتایج به دست آمده در تحلیل استاتیکی در نرم‌افزار Etabs نشان می‌دهد که بهینه‌سازی توانسته است برای هرکدام از توابع هدف درصد‌های بسیار قابل‌توجهی از کاهش مقادیر را نشان دهد که اهمیت بهینه‌سازی در طراحی‌ها را نشان می‌دهد.

۱۱- نتیجه‌گیری

در این تحقیق از الگوریتم فراابتکاری SPEA2، PESA-II، MOEA_D و MOPSO در نرم‌افزار MATLAB جهت جستجوی بهترین جواب در مجموعه‌ای از جواب‌های ممکن برای مقاطع و طول مهاربند کمانش تاب استفاده شد. از طرفی جهت در نظر گرفتن رفتار واقعی سازه‌ها و استفاده حداکثر از ظرفیت مهاربندها، سازه‌ها تحت هفت رکورد زلزله در نرم‌افزار OpenSees مورد تحلیل دینامیکی غیرخطی قرار گرفت.

با اعمال قیود به مسأله‌ی بهینه‌سازی، مجموعه‌ای از جواب‌های ممکن تولید و طی چندین گام بهینه‌سازی تلاش شد جوابی که بهترین مقدار برای سه تابع هدف وزن مهاربند کمانش تاب، وزن کل سازه بدون مهاربند و پیوستگی جابجایی نسبی را منتج می‌شود، انتخاب گردد. قیود در نظر گرفته‌شده در این تحقیق، مقدار مجاز تغییر مکان جانبی (Drift) در تمام طبقات، کنترل جابجایی ماندگار، کنترل نیروهای محوری خمشی و برشی تیر و ستون‌ها و کنترل عدم گسیختگی مهاربندها به علت خستگی کم چرخه بود. بر اساس میزان تخطی قیود از مقادیر مجاز تعریف‌شده، تابع جریمه‌ای برای هر عضو از جمعیت تعریف شد که متناظر با آن احتمال انتخاب آن عضو کاهش یا افزایش یابد.



- [12] Ko, E., Kimura, I., Clark, P., Aiken, I. and Kasai, K. (1999), "Design procedures for buildings incorporating hysteretic damping devices", In 68th Annual Convention, SEAOC, Santa Barbara, California, pp. 105-1122.
- [13] López, W.A. and Sabelli, R. (2004) "Seismic design of buckling-restrained braced frames", Steel tips.
- [14] Deb, K. (2001), "Multi-objective optimization using evolutionary algorithms", Chichester, UK.
- [15] Coello, C.A.C., Pulido, G.T. and Lechuga, M.S. (2004), "Handling multiple objectives with particle swarm optimization", IEEE Transactions on evolutionary computation, Vol. 8, pp. 256-279.
- [16] Zhang, Q. and Li, H. (2007), "MOEA/D: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition", IEEE Transactions on evolutionary computation, Vol. 11, pp. 712-731.
- [۱۷] حسینی هاشمی، ب.، علیرضایی، م. و احمدی، ح. (۱۳۹۵)، "تحلیل و طراحی سازه‌های فولادی: با تأکید بر روش حالات حدی، اصول طراحی به همراه مثال‌های کاربردی"، ناشر: دانش اترک.
- [18] Taucer, F., Spacone, E. and Filippou, F.C. (1991), "A fiber beam-column element for seismic response analysis of reinforced concrete structures", Berkeley, California: Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California.
- [۱۹] آیین‌نامه طراحی ساختمان‌ها در برابر زلزله - استاندارد ۲۸۰۰، (۱۳۹۶)، ویرایش چهارم، مرکز تحقیقات ساختمان و مسکن، وزارت مسکن و شهرسازی.
- [20] Razavi, S.A., Mirghaderi, S.R. and Hosseini, A. (2014), "Experimental and numerical developing of reduced length buckling-restrained braces", Engineering Structures, Vol. 77, pp. 143-160.
- [21] ASCE 7-22, Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures. Standards. American Society of Civil Engineers.
- [22] FEMA 450, (2004), 2003 NEHRP Recommended Provisions for Seismic Regulations for New Buildings and Other Structures Part1: Provisions, prepared by the Building Seismic Safety Council for the Federal Emergency Management Agency, Washington, D.C. (FEMA Publication No. 450)
- [23] Nakamura, H., Maeda, Y. and Wada, A. (2000), "Fatigue properties of practical scale unbonded braces", Nippon steel technical Report.
- [1] Khosravian, A. and Hosseini, A. (2009), "March. Application of a genetic algorithm for optimal passive control of buildings with metallic dampers", In Proceedings of the 10th WSEAS international conference on evolutionary computing, pp. 102-107.
- [۲] کاتبی، ل. (۱۳۹۳)، "استفاده بهینه از ظرفیت ساختمان‌های بتنی با در نظر گرفتن توزیع مناسب مقاومت و سختی به روش طراحی بر اساس عملکرد"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه امیرکبیر.
- [3] Xu, L., Gong, Y. and Grierson, D.E. (2006), "Seismic design optimization of steel building frameworks", Journal of Structural Engineering, Vol. 132, pp. 277-286.
- [4] Lagaros, N.D., Fragiadakis, M., Papadrakakis, M. and Tsompanakis, Y. (2006), "Structural optimization: A tool for evaluating seismic design procedures", Engineering structures, Vol. 28, pp. 1623-1633.
- [5] Ohsaki, M., Kinoshita, T. and Pan, P. (2007), "Multiobjective heuristic approaches to seismic design of steel frames with standard sections", Earthquake engineering & structural dynamics, Vol. 36, pp. 1481-1495.
- [6] Baling, R.J., Baling, L.J. and Richards, P.W. (2009), "Design of buckling-restrained braced frames using nonlinear time history analysis and optimization", Journal of structural engineering, Vol. 135, pp. 461-468.
- [7] Oxborrow, G.T. and Richards, P. (2009), "Optimized distribution of strength in tall buckling-restrained brace frames", In Behaviour of Steel Structures in Seismic Areas, pp. 819-824, CRC Press.
- [8] Farhat, F., Nakamura, S. and Takahashi, K. (2009), "Application of genetic algorithm to optimization of buckling restrained braces for seismic upgrading of existing structures", Computers & structures, Vol. 87, pp. 110-119.
- [9] Mousavi, S.A., Zahrai, S.M. and Pasand, A.A. (2021), "Drift-based seismic design procedure for Buckling Restrained Braced Frames", Structures, Vol. 30, pp. 62-74.
- [10] Razavi S.A., Shemshadian, M.E., Mirghaderi, S.R. and Ahleghagh, S. (2011), "Seismic design of buckling restrained braced frames with reduced core length", In: Proceeding of the structural engineers world congress, Italy.
- [11] Uang, C., Nakashima, M., Bozorgnia, Y. and Bertero, V. (2003), "Steel buckling restrained braced frames", CRC Press, p. chapter 16.

پی‌نوشت

- ¹⁷ Open source
¹⁸ Nonlinear beamcolumn
¹⁹ Fiber section
²⁰ Elastic beamcolumn
²¹ Rainflow
²² Nahanni_Canada
²³ Loma Prieta
²⁴ Cape Mendocino
²⁵ Northridge
²⁶ Chi_Chi
²⁷ Irpinia_Italy
²⁸ Loma Prieta
²⁹ Palmgren-Miner
³⁰ Fatigue damage index

- ¹ Hysteretic Cycle
² Adjusted strength
³ Evolutionary algorithm
⁴ Chromosome
⁵ Gene
⁶ Meta-heuristic
⁷ Low cycle fatigue
⁸ Fronts
⁹ Trade-of
¹⁰ Fast non-dominated sorting (FNDS)
¹¹ Crowding distance (CD)
¹² External archive
¹³ Pareto envelope-based selection algorithm
¹⁴ Repository
¹⁵ Hall of Fame
¹⁶ Multi-objective evolutionary algorithm based on decomposition

