



بهینه سازی وزن خربای فولادی توسط الگوریتم بهینه سازی مبتنی بر آموزش-یادگیری

سید مجتبی سیدزاده اطاقسرائی^{۱*}، مجتبی جعفری صمیمی^۲، سید رضا سیدزاده اطاقسرائی^۳

۱- دانش آموخته کارشناسی ارشد، مهندسی عمران-سازه، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکز، تهران

۲- استادیار، مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکز، تهران

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی عمران-سازه، دانشگاه شمال آمل، آمل

* تهران، صندوق پستی ۱۴۶۹۶۹۱۹۱، smso.civil@gmail.com

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۰۳/۲۲، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۰۵/۱۰)

چکیده

مرور اجمالی ضوابط طراحی‌های مهندسی نشانگر این مهم است که موضوع اقتصاد و هزینه ساخت سازه‌ها از محورهای اصلی این ضوابط است. در دهه‌های اخیر استفاده از الگوریتم‌های بهینه سازی برای دستیابی به محاسبات بهینه به علوم مهندسی ورود کرده است. الگوریتم‌های بهینه سازی و در راس آنها الگوریتم‌های مبتنی بر پدیده‌های بر گرفته از طبیعت، کارایی خوبی در محاسبه بهینه سازه‌ها از خود نشان داده‌اند. خرباها از جمله سازه‌های پر کاربرد در عمران هستند. در این پژوهش الگوریتم مبتنی بر آموزش - یادگیری جهت بهینه سازی خرباهای فولادی استفاده شده است. الگوریتم مبتنی بر آموزش - یادگیری به دلیل دارا بودن پارامترهای کنترلی محدود چون محاسبه مقدار میانگین داده‌ها در هر تکرار دارای قدرت بالایی در دستیابی به جواب بهینه است. بررسی‌های انجام شده بر روی چهار نمونه خربای فولادی متفاوت، نشان داد که این روش بهینه سازی با حجم محاسباتی کمتر نسبت به سایر روش‌ها، با کارایی خوبی پاسخ بهینه را ارائه می‌کند.

واژگان کلیدی

بهینه سازی سازه‌ها، الگوریتم آموزش-یادگیری، بهینه سازی وزن، خربای فولادی، خربای دو بعدی، خربای فضایی

Weight Optimization of Steel Truss with Teaching-Learning Based Optimization Algorithm

S.M. Seyedzadeh Otaghsaraei, M. Jafari Samimi, S.R. Seyedzadeh Otaghsaraei

Abstract

Making inexpensive and efficient is one of the main requirements in the structural design process. In recent decades, the optimization algorithms have been developed for use in the engineering sciences. Optimization algorithms based on the natural phenomena are most useful criteria in structural design. In engineering, truss is commonly used in steel structures. In this paper, Teaching-Learning-Based Optimization (TLBO) algorithm has been used to optimize the steel truss. TLBO can calculate accurate and optimum value of a functions, using only the common controlling parameters such as the mean value in each iteration. Four steel trusses have been analyzed to investigate how TLBO improves designing process of the steel trusses. The results shown that TLBO algorithm has satisfactory performance with less calculation than other optimization algorithms.

Keywords

Optimization of structures, Teaching-learning based algorithm, Optimization of weight, Steel truss, Tow dimensional truss, Space truss



شد. به طور مثال می‌توان به الگوریتم انفجار بزرگ^۵ اشاره نمود [۷] که با بهره‌گیری از مقدار میانگین داده‌ها، ارائه شده است.

یکی از جدیدترین روش‌های مبتنی بر استفاده از مقادیر میانگین در روند بهینه‌سازی، الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر آموزش-یادگیری^۶ است [۸]. این روش بر اساس تاثیر آموزش معلم بر یادگیری دانش آموزان کلاس و همچنین اصل تعامل دانش آموزان با یکدیگر در مورد موضوع درسی و نهایتاً افزایش سطح علم آنها است. در این روش معلم در هر تکرار درسی تلاش می‌کند با آموزش دانش آموزان سطح درسی آنها را بالا برده و به سطح خود سوق دهد. روش مبتنی بر آموزش و یادگیری در دو فاز فرایند آموزش را تکمیل می‌کند. در فاز اول معلم به دانش آموزان درس را ارائه نموده و لذا تاثیر آموزش بر دانش آموز اعمال می‌شود. در فاز بعدی، یعنی فاز دانش آموز، دانش آموزان پس از درس گرفتن از معلم با یکدیگر در مورد درس تعامل کرده و لذا این تعامل باعث بهبود وضعیت آنها می‌شود.

۲- تعریف مسئله بهینه‌سازی

یک مسئله بهینه‌سازی ابعاد بر یافتن مقطعی که وزن خرد را کمینه کند و در عین حال قیود طراحی چون محدودیت‌های تنش و جابجایی را ارضاء نماید، تمرکز دارد. لذا مسئله جهت بهینه‌سازی خرد به شکل رابطه (۱) مطرح می‌شود:

$$\text{Minimize } w = \sum_{i=1}^{N_V} \gamma_i L_i A_i, \quad (1)$$

Subject to: $\sigma^L \leq \sigma_i \leq \sigma^U$,

$A^L \leq A_i \leq A^U$,

$\delta^L \leq \delta_i \leq \delta^U$

که N_V تعداد المان، i شماره المان از ۱ تا N_V ، γ_i وزن واحد مصالح خرد (kg/cm^3) ، L_i طول المان (m) ، A_i سطح مقطع هر المان (cm^2) ، A^L و A^U به ترتیب محدودیت سطح مقطع‌های حد پایین و بالای المان (cm^2) ، σ_i تنش هر المان (kg/cm^2) ، σ^L و σ^U به ترتیب محدودیت تنش‌های حد پایین و بالای المان (kg/cm^2) ، δ_i محدودیت جابجایی المان (cm) ، δ^L و δ^U به ترتیب محدودیت جابجایی‌های حد پایین و بالا (cm) است.

در این مسئله برای محاسبه تابع شبه هدف جهت اعمال محدودیت‌ها، از تابع جریمه ای طبق پیشنهاد Camp [۹] استفاده شده است که برای تنش‌های در محدوده محدودیت‌ها مقدار

با مروری بر سیر طراحی‌های مهندسی در طول دهه‌های اخیر تاثیر موضوع اقتصاد و هزینه ساخت سازه‌ها پوشیده نیست. در یک طرح مهندسی ابعاد عضوهای سازه‌ای و در نتیجه آن وزن کل مصالح مصرفی سازه از پارامترهای مهم منتج از آن بوده و از طرفی تعیین کننده هزینه ساخت سازه می‌باشند، لذا استفاده از یک طرح مهندسی که در حین رعایت ضوابط موجود جهت طراحی، هزینه تمام شده بهینه‌ای هم داشته باشد، حائز اهمیت است.

به جهت پیشرفت روز افزون علم بهینه‌سازی استفاده از روش‌های بهینه‌سازی به منظور بهینه‌ساختن سازه‌ها مورد توجه قرار می‌گیرد. روش‌های جدید بهینه‌سازی الهام گرفته شده از طبیعت زنده یا طبیعت بی جان به جهت دقت بالا در یافتن پاسخ بهینه مسئله بهینه‌سازی در این پژوهش مورد توجه است. از جمله روش‌های بهینه‌سازی محبوب عبارتند از: الگوریتم بهینه‌سازی تجمع ذرات^۱ که مبتنی بر الگوی شکار گروهی پرندگان و تعامل اعضای گروه جهت یافتن منبع غذایی است [۱]، الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک^۲ که مبتنی بر تکنیک‌های زیست‌شناسی مانند وراثت و جهش بوده و برای اولین بار در سال ۱۹۷۵ در دانشگاه میشیگان معرفی شد [۲]، الگوریتم بهینه‌سازی مورچه‌ها^۳ که این روش مبتنی بر الگوی یافتن غذا توسط گروه مورچه‌ها بوده و بر اساس یک سری الگوهای رفتاری مورچه‌ها توسعه یافته است [۳].

برخی محققین جهت بهبود کارایی یک الگوریتم و نیز پوشش ضعف‌های آن (به عبارتی هوشمند سازی الگوریتم و تسریع روند بهینه‌سازی)، دو روش بهینه‌سازی را با یکدیگر ترکیب نمودند، به عنوان مثال می‌توان به ترکیب روش‌های بهینه‌سازی تجمع ذرات و الگوریتم تجمع پرستو^۴ اشاره نمود [۴]. برخی روش‌های بهینه‌سازی مبتنی بر استفاده از مقادیر میانگین اطلاعات یک جامعه آماری یا اعضای مدل جهت استخراج پاسخ بهینه می‌باشد که اولین بار استفاده از مقادیر میانگین توسط Gellatly و همکارانش [۵] پیشنهاد گردید که توسط Hirschberg [۶] توسعه داده شد. در نهایت این پژوهش‌ها، منجر به ارائه روش‌های بهینه‌سازی مبتنی بر محاسبه مقادیر میانگین

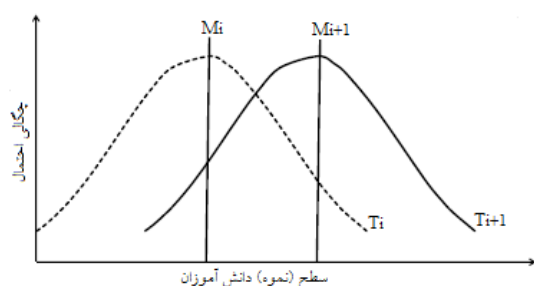
¹ Particle Swarm Optimization Algorithm (PSO)

² Genetic Algorithm (GA)

³ Ant Colony Optimization (ACO)

⁴ Swallow Swarm Optimization (SSO)





شکل ۱- توزیع نمرات دانش آموزان در دو تکرار متوالی [۸]

در مسئله حاضر مراحل بهینه سازی با استفاده از این روش بدین صورت است که، ابتدا یک جمعیت اولیه با تعداد جمعیت N_p و تعداد متغیر طراحی N_v برابر تعداد المانهای سازه تعیین می شود. اگر این جمعیت به صورت ماتریسی در نظر گرفته شود، جمعیت کلاس، ماتریسی با N_p سطر و N_v ستون است [۸]، که در آن N_p بیانگر تعداد دانش آموز و N_v تعداد متغیر طراحی همان تعداد موضوعات درسی است طبق رابطه (۶) این جمعیت تعریف می شود:

Population =

$$\begin{bmatrix} X_{1,1} & X_{1,2} & \dots & X_{1,N_v-1} & X_{1,N_v} \\ X_{2,1} & X_{2,2} & \dots & X_{2,N_v-1} & X_{2,N_v} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ X_{N_p-1,1} & X_{N_p-1,2} & \dots & X_{N_p-1,N_v-1} & X_{N_p-1,N_v} \\ X_{N_p,1} & X_{N_p,2} & \dots & X_{N_p,N_v-1} & X_{N_p,N_v} \end{bmatrix} \quad (6)$$

۳-۱- فاز معلم (آموزش)

در این فاز از بین جمعیت ساخته شده عضوی که بهترین مقدار (کمترین مقدار پاسخ برای وزن) را می دهد به عنوان معلم انتخاب شده و سپس فرمول معلم، رابطه (۷) به هر یک از اعضا اعمال می شود:

$$X_{new,N_v} = X_{old,N_v} + Difference_mean_{N_v} \quad (7)$$

$$Difference_mean_{N_v} = r * (M_{new,N_v} - T_F * M_{N_v}) \quad (8)$$

$$M_{new,N_v} = X_{Teacher} \quad (9)$$

$$M_{N_v} = [m_1 \ m_2 \ \dots \ m_{N_v-1} \ m_{N_v}] \quad (10)$$

روابط (۸) تا (۱۰) نحوه محاسبه پارامترهای مورد نیاز رابطه (۷) را شرح می دهد. که X_{new,N_v} مقدار متغیر طراحی جدید (سطح مقطع المان) برای دانش آموز N_v ، X_{old,N_v} مقدار متغیر طراحی برای دانش آموز N_v از تکرار قبل، M_{new,N_v} مقدار میانگین جدید که برابر با مقدار معلم است (این بدان معناست که معلم تلاش می کند مقدار میانگین کلاس را به مقدار خود سوق دهد)، M_{N_v} مقدار میانگین هر موضوع درسی (میانگین

تابع جریمه صفر شده و مقادیر توابع هدف و شبه هدف برابر می شوند و برای تنش های خارج از محدوده محدودیت ها مقدار آن برابر مقادیر رابطه (۲) می شود:

$$\phi_i, \sigma = \frac{\sigma_i - \sigma^L}{\sigma^L} \leftrightarrow \sigma_i < \sigma^L, \quad (2)$$

$$\phi_i, \sigma = \frac{\sigma_i - \sigma^U}{\sigma^U} \leftrightarrow \sigma_i < \sigma^U$$

همچنین برای جابجایی های در جهات x و y و z که در محدوده محدودیت ها هستند مقدار تابع جریمه ϕ_i برابر صفر می شود لذا تابع شبه هدف با تابع هدف برابر می شود و برای جابجایی های در جهات x و y و z که خارج از محدوده محدودیت ها هستند مقادیر رابطه (۳) اعمال می شود:

$$\phi_i, \delta_{i,x} = \frac{\delta_{i,x} - \delta^L}{\delta^L} \leftrightarrow \delta_{i,x} < \delta^L, \quad (3)$$

$$\phi_i, \sigma = \frac{\delta_{i,x} - \delta^U}{\delta^U} \leftrightarrow \delta_{i,x} > \delta^U$$

که $\delta_{i,x}$ محدودیت جابجایی المان شماره i در جهت محور x است. و به همین صورت برای $\delta_{i,y}$ و $\delta_{i,z}$ ، ϕ_i ، $\delta_{i,z}$ و ϕ_i ، $\delta_{i,z}$ تعریف می شود. جمع تمام مقادیر جریمه (ϕ_i) طبق رابطه (۴) بدست می آید:

$$\phi_i = \sum_{i=1}^{N_v} (1 + \phi_i, \sigma + \phi_i, \delta_{i,x} + \phi_i, \delta_{i,y} + \phi_i, \delta_{i,z})^E \quad (4)$$

که E مقدار مثبتی برای جریمه می باشد. لذا تابع شبه هدف φ_i با مقادیر تابع شبه هدف ϕ_i برابر رابطه (۵) می شود:

$$\varphi_i = w * \phi_i \quad (5)$$

۳-۲- مراحل روش مبتنی بر آموزش-یادگیری

روش یادگیری و آموزش با نام اختصاری TLBO بر پایه دو فاز است: (۱) فاز معلم و (۲) فاز دانش آموز. با توجه به شکل (۱)، در یک تکرار i معلم (T_i) تلاش می کند سطح دانش دانش آموزان را افزایش دهد و به سطح خود سوق دهد، که این تلاش را می توان با بهبود میانگین دانش آموزان از مقدار (M_i) به مقدار (M_{i+1}) در تکرار بعد نشان داد. از آنجا که دانش آموزان در تکرار اول سطح شان با آموزش معلم افزایش یافت لذا در این روش برای تکرار بعدی معلم جدیدی گزینش می شود تا آموزش های بعدی را به دانش آموزان جهت پیشبرد روند آموزش ارائه دهد. این معلم جدید در تکرار جدید ($i+1$) از بین دانش آموزان در تکرار حاضر (جدید) به صورت گزینش بین بهترین عضو انتخاب می شود (T_{i+1}).

حاصل برای هر ستون از جمعیت رابطه (۶) و r عدد تصادفی بین ۰ و ۱ است. در این بخش بعد از تشکیل مقادیر متغیرهای طراحی (تعیین سطح مقطع المان‌ها)، تابع هدف و تابع شبه هدف به اعضای سازه اعمال می‌شود.

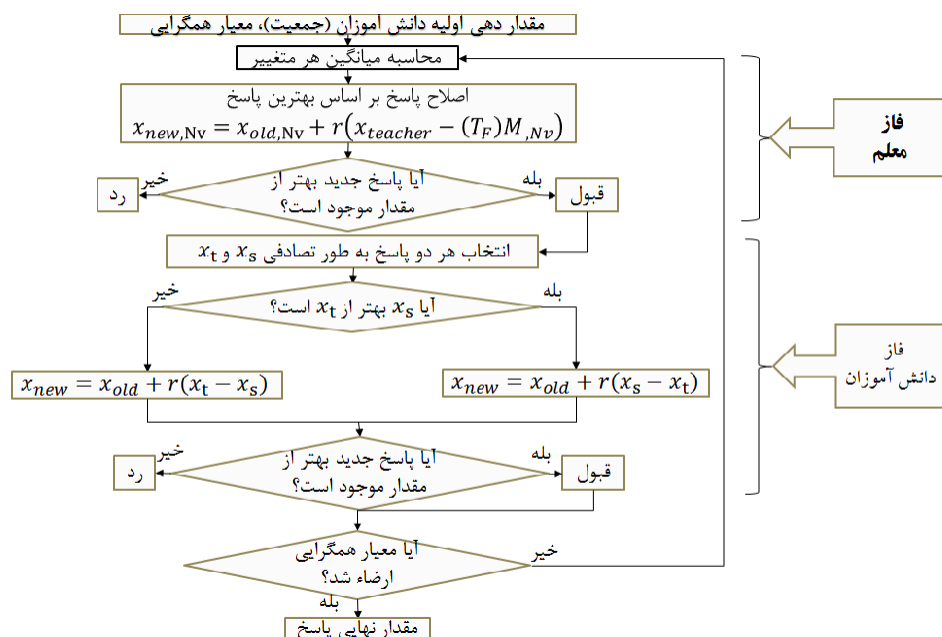
۳-۲- فاز دانش آموز (یادگیری)

در این فاز دانش‌آموزان با هم تعامل درسی داشته و لذا سطح یادگیری را بین خود افزایش می‌دهند. این تاثیر در افزایش سطح یادگیری به طریق زیر برای آنها اعمال می‌شود:
از هر دو دانش آموز s و t انتخاب شده به طور تصادفی (طوریکه مقادیر s و t با هم برابر نباشند)، مقدار تابع هدف و

شبه هدف آنها مقایسه شده و دانش آموزی که مقدار تابع هدف یا شبه هدف بهتری دارد (وزن سازه کمتر باشد) مشخص می‌شود و طبق رابطه (۱۱) تاثیر تعامل درسی در آموزش اعمال می‌شود:

$$\begin{aligned} & \text{If } w(X_{s,t}) < w(X_{t,t}) ; \\ & X_{new,Nv} = X_{old,Nv} + r * (X_{s,t} - X_{t,t}) \\ & \text{If } w(X_{s,t}) > w(X_{t,t}) ; \\ & X_{new,Nv} = X_{old,Nv} + r * (X_{t,t} - X_{s,t}) \end{aligned} \quad (11)$$

اگر در این بخش مقدار جدید $X_{new,Nv}$ بهتر از مقدار قبل نظیر $(X_{old,Nv})$ باشد، لذا مقدار جدید انتخاب می‌شود. می‌توان مراحل کلی الگوریتم را به صورت شکل (۲) نشان داد.



شکل ۲- چارت کلی الگوریتم TLBO [۸]

۴- بررسی عددی

جهت ارزیابی کارایی الگوریتم، چند مثال کاربردی مهندسی با استفاده از الگوریتم مورد تحلیل قرار گرفته و نتایج آن با روش‌های دیگر بهینه سازی مقایسه می‌شود. در این بررسی چند بار از الگوریتم پاسخ گرفته شد تا کارایی الگوریتم ارزیابی شود. مسائل تحت بررسی در این بخش شامل ۴ نمونه خرپا که عبارتند از خرپا با ۱۰ المان، خرپا با ۱۵ المان، خرپا با ۲۲ المان و نهایتاً نمونه خرپا دارای ۲۵ المان است. برای هر سازه ابتدا تعدادی بررسی عددی انجام شد تا کارایی الگوریتم مشخص شده و از سویی مقادیر بهترین پاسخ‌ها مشخص شود. تعداد جمعیت (N_p) برای تمام سازه‌ها در این مطالعه برابر ۷۵ در نظر

گرفته شده است. تعداد تکرار الگوریتم برای هر سازه به طور مجزا در زیر بخش‌های بخش بررسی عددی ذکر شده است. تعداد متغیر طراحی (N_v) برای هر مورد سازه برابر تعداد المان همان سازه است.

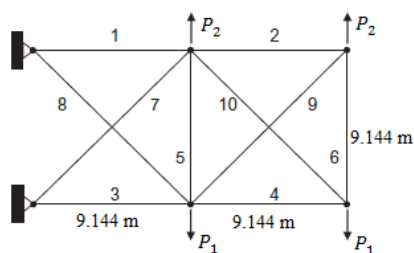
۴-۱- خرپای ده المانی

اولین سازه مورد بررسی، خرپای طره‌ای شکل (۴) است. این سازه در تحقیقات پیشین با دیگر روش‌های بهینه سازی از قبیل الگوریتم ژنتیک [۱۰]، الگوریتم زنبور عسل^۱ [۱۱]، الگوریتم

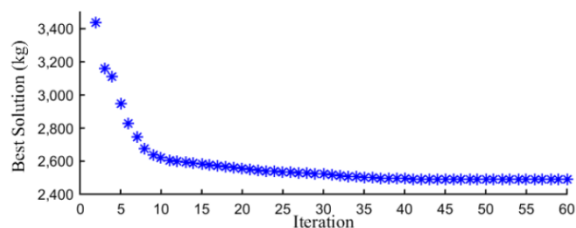
^۱ Artificial Bee Colony (ABC)



بالا تری را برای سازه حاضر محاسبه کردند و تنها روش GA [۱۰] با ۴۰۰۰۰ تحلیل سازه ای به عدد بهینه ۱۹۸۵/۰۱۱ kg رسید. بررسی ها نشان می دهد که پاسخ بهینه الگوریتم TLBO با ۰/۰۲۳٪ وزن کمتر نسبت به روش SSA [۱۴] و همچنین با ۸۰/۸۴۸٪ تحلیل کمتر است و نسبت به روش GA [۱۰] با ۲۰/۲۷۹٪ وزن بهینه بیشتر با ۷۶/۰۶٪ تحلیل کمتر کارایی خود را نشان می دهد. ولی نسبت به میانگین وزن های بهینه حاصل از روش های حاضر در این بخش، با ۲/۲۶۵٪ افزایش با ۷۵/۶۹۵٪ تحلیل کمتر پاسخ بهینه را ارائه می کند که نشانگر کارایی خوب الگوریتم TLBO نسبت به سایر روش های موجود در این بخش است.



شکل ۳- خرپای ۱۰ المانی طراحی



شکل ۴- نمودار بهترین پاسخ در هر تکرار (خرپای ده المانی)

۴-۲- خرپای پانزده المانی

دومین مسئله بر تحلیل خرپای مسطح شکل (۵) تمرکز دارد. این سازه نیز توسط پژوهشگران بسیاری با روش های بهینه سازی دیگر از جمله، الگوریتم ژنتیک ترکیبی پیشرفته^۴ [۱۵]، روش تجمع ذرات [۱۳]، الگوریتم انفجار معدن^۵ [۱۶] و الگوریتم بهینه سازی وال^۶ [۱۷]، مورد بررسی قرار گرفته و بهینه شده است.

مورچگان [۱۲]، الگوریتم تجمع ذرات و الگوریتم تجمع ذرات با اعضای کم شونده^۱ و الگوریتم ابتکاری تجمع ذرات^۲ [۱۳]، الگوریتم شبیه سازی زیر مجموعه^۳ [۱۴]، مورد بررسی قرار گرفته و بهینه شده است.

خرپای شکل (۳) دارای ۱۰ عضو بدون گروه بندی است، مشخصات هندسی اعضا در شکل آمده است، نیروهای P_1 و P_2 به این خرپا وارد می شوند که نیروی P_1 برابر ۴۵/۳۵۹ ton و نیروی P_2 به بالای P_1 برابر ۱۰ ton در نظر گرفته شده است. محدودیت جابجایی قائم و افقی $\pm 0/08$ cm و محدودیت حد تنش برابر $1757/674$ kg/cm^۲ $\pm$ است، وزن مخصوص مصالح خرپا برابر $2/768 \times 10^{-3}$ kg/cm^۳ بوده و مدول الاستیسیته مصالح 703070 kg/cm^۲ است. متغیرهای طراحی گسسته یا مجزا برای خرپای حاضر در نظر گرفته شده است. محدودیت سطح مقطع (متغیرهای طراحی) مجزا برابر (۱۰/۴۵)، ۱۸/۹۰، ۱۸/۵۸، ۱۶/۹۷، ۱۶/۹۰، ۱۵/۱۳، ۳۵/۷۴، ۱۲/۸۴، ۱۱/۶۱، ۱۹/۹۳، ۲۰/۱۹، ۲۱/۸۱، ۲۲/۳۹، ۲۲/۹۰، ۲۳/۴۲، ۲۴/۷۷، ۲۵/۰۳، ۲۶/۹۷، ۲۷/۲۳، ۲۸/۹۷، ۳۰/۹۷، ۳۲/۰۶، ۳۳/۰۳، ۳۴/۰۳، ۳۶/۰۳، ۳۷/۰۳، ۳۸/۰۳، ۳۹/۰۳، ۴۰/۰۳، ۴۱/۰۳، ۴۲/۰۳، ۴۳/۰۳، ۴۴/۰۳، ۴۵/۰۳، ۴۶/۰۳، ۴۷/۰۳، ۴۸/۰۳، ۴۹/۰۳، ۵۰/۰۳، ۵۱/۰۳، ۵۲/۰۳، ۵۳/۰۳، ۵۴/۰۳، ۵۵/۰۳، ۵۶/۰۳، ۵۷/۰۳، ۵۸/۰۳، ۵۹/۰۳، ۶۰/۰۳، ۶۱/۰۳، ۶۲/۰۳، ۶۳/۰۳، ۶۴/۰۳، ۶۵/۰۳، ۶۶/۰۳، ۶۷/۰۳، ۶۸/۰۳، ۶۹/۰۳، ۷۰/۰۳، ۷۱/۰۳، ۷۲/۰۳، ۷۳/۰۳، ۷۴/۰۳، ۷۵/۰۳، ۷۶/۰۳، ۷۷/۰۳، ۷۸/۰۳، ۷۹/۰۳، ۸۰/۰۳، ۸۱/۰۳، ۸۲/۰۳، ۸۳/۰۳، ۸۴/۰۳، ۸۵/۰۳، ۸۶/۰۳، ۸۷/۰۳، ۸۸/۰۳، ۸۹/۰۳، ۹۰/۰۳، ۹۱/۰۳، ۹۲/۰۳، ۹۳/۰۳، ۹۴/۰۳، ۹۵/۰۳، ۹۶/۰۳، ۹۷/۰۳، ۹۸/۰۳، ۹۹/۰۳، ۱۰۰/۰۳، ۱۰۱/۰۳، ۱۰۲/۰۳، ۱۰۳/۰۳، ۱۰۴/۰۳، ۱۰۵/۰۳، ۱۰۶/۰۳، ۱۰۷/۰۳، ۱۰۸/۰۳، ۱۰۹/۰۳، ۱۱۰/۰۳، ۱۱۱/۰۳، ۱۱۲/۰۳، ۱۱۳/۰۳، ۱۱۴/۰۳، ۱۱۵/۰۳، ۱۱۶/۰۳، ۱۱۷/۰۳، ۱۱۸/۰۳، ۱۱۹/۰۳، ۱۲۰/۰۳، ۱۲۱/۰۳، ۱۲۲/۰۳، ۱۲۳/۰۳، ۱۲۴/۰۳، ۱۲۵/۰۳، ۱۲۶/۰۳، ۱۲۷/۰۳، ۱۲۸/۰۳، ۱۲۹/۰۳، ۱۳۰/۰۳، ۱۳۱/۰۳، ۱۳۲/۰۳، ۱۳۳/۰۳، ۱۳۴/۰۳، ۱۳۵/۰۳، ۱۳۶/۰۳، ۱۳۷/۰۳، ۱۳۸/۰۳، ۱۳۹/۰۳، ۱۴۰/۰۳، ۱۴۱/۰۳، ۱۴۲/۰۳، ۱۴۳/۰۳، ۱۴۴/۰۳، ۱۴۵/۰۳، ۱۴۶/۰۳، ۱۴۷/۰۳، ۱۴۸/۰۳، ۱۴۹/۰۳، ۱۵۰/۰۳، ۱۵۱/۰۳، ۱۵۲/۰۳، ۱۵۳/۰۳، ۱۵۴/۰۳، ۱۵۵/۰۳، ۱۵۶/۰۳، ۱۵۷/۰۳، ۱۵۸/۰۳، ۱۵۹/۰۳، ۱۶۰/۰۳، ۱۶۱/۰۳، ۱۶۲/۰۳، ۱۶۳/۰۳، ۱۶۴/۰۳، ۱۶۵/۰۳، ۱۶۶/۰۳، ۱۶۷/۰۳، ۱۶۸/۰۳، ۱۶۹/۰۳، ۱۷۰/۰۳، ۱۷۱/۰۳، ۱۷۲/۰۳، ۱۷۳/۰۳، ۱۷۴/۰۳، ۱۷۵/۰۳، ۱۷۶/۰۳، ۱۷۷/۰۳، ۱۷۸/۰۳، ۱۷۹/۰۳، ۱۸۰/۰۳، ۱۸۱/۰۳، ۱۸۲/۰۳، ۱۸۳/۰۳، ۱۸۴/۰۳، ۱۸۵/۰۳، ۱۸۶/۰۳، ۱۸۷/۰۳، ۱۸۸/۰۳، ۱۸۹/۰۳، ۱۹۰/۰۳، ۱۹۱/۰۳، ۱۹۲/۰۳، ۱۹۳/۰۳، ۱۹۴/۰۳، ۱۹۵/۰۳، ۱۹۶/۰۳، ۱۹۷/۰۳، ۱۹۸/۰۳، ۱۹۹/۰۳، ۲۰۰/۰۳، ۲۰۱/۰۳، ۲۰۲/۰۳، ۲۰۳/۰۳، ۲۰۴/۰۳، ۲۰۵/۰۳، ۲۰۶/۰۳، ۲۰۷/۰۳، ۲۰۸/۰۳، ۲۰۹/۰۳، ۲۱۰/۰۳، ۲۱۱/۰۳، ۲۱۲/۰۳، ۲۱۳/۰۳، ۲۱۴/۰۳، ۲۱۵/۰۳، ۲۱۶/۰۳، ۲۱۷/۰۳، ۲۱۸/۰۳، ۲۱۹/۰۳، ۲۲۰/۰۳، ۲۲۱/۰۳، ۲۲۲/۰۳، ۲۲۳/۰۳، ۲۲۴/۰۳، ۲۲۵/۰۳، ۲۲۶/۰۳، ۲۲۷/۰۳، ۲۲۸/۰۳، ۲۲۹/۰۳، ۲۳۰/۰۳، ۲۳۱/۰۳، ۲۳۲/۰۳، ۲۳۳/۰۳، ۲۳۴/۰۳، ۲۳۵/۰۳، ۲۳۶/۰۳، ۲۳۷/۰۳، ۲۳۸/۰۳، ۲۳۹/۰۳، ۲۴۰/۰۳، ۲۴۱/۰۳، ۲۴۲/۰۳، ۲۴۳/۰۳، ۲۴۴/۰۳، ۲۴۵/۰۳، ۲۴۶/۰۳، ۲۴۷/۰۳، ۲۴۸/۰۳، ۲۴۹/۰۳، ۲۵۰/۰۳، ۲۵۱/۰۳، ۲۵۲/۰۳، ۲۵۳/۰۳، ۲۵۴/۰۳، ۲۵۵/۰۳، ۲۵۶/۰۳، ۲۵۷/۰۳، ۲۵۸/۰۳، ۲۵۹/۰۳، ۲۶۰/۰۳، ۲۶۱/۰۳، ۲۶۲/۰۳، ۲۶۳/۰۳، ۲۶۴/۰۳، ۲۶۵/۰۳، ۲۶۶/۰۳، ۲۶۷/۰۳، ۲۶۸/۰۳، ۲۶۹/۰۳، ۲۷۰/۰۳، ۲۷۱/۰۳، ۲۷۲/۰۳، ۲۷۳/۰۳، ۲۷۴/۰۳، ۲۷۵/۰۳، ۲۷۶/۰۳، ۲۷۷/۰۳، ۲۷۸/۰۳، ۲۷۹/۰۳، ۲۸۰/۰۳، ۲۸۱/۰۳، ۲۸۲/۰۳، ۲۸۳/۰۳، ۲۸۴/۰۳، ۲۸۵/۰۳، ۲۸۶/۰۳، ۲۸۷/۰۳، ۲۸۸/۰۳، ۲۸۹/۰۳، ۲۹۰/۰۳، ۲۹۱/۰۳، ۲۹۲/۰۳، ۲۹۳/۰۳، ۲۹۴/۰۳، ۲۹۵/۰۳، ۲۹۶/۰۳، ۲۹۷/۰۳، ۲۹۸/۰۳، ۲۹۹/۰۳، ۳۰۰/۰۳، ۳۰۱/۰۳، ۳۰۲/۰۳، ۳۰۳/۰۳، ۳۰۴/۰۳، ۳۰۵/۰۳، ۳۰۶/۰۳، ۳۰۷/۰۳، ۳۰۸/۰۳، ۳۰۹/۰۳، ۳۱۰/۰۳، ۳۱۱/۰۳، ۳۱۲/۰۳، ۳۱۳/۰۳، ۳۱۴/۰۳، ۳۱۵/۰۳، ۳۱۶/۰۳، ۳۱۷/۰۳، ۳۱۸/۰۳، ۳۱۹/۰۳، ۳۲۰/۰۳، ۳۲۱/۰۳، ۳۲۲/۰۳، ۳۲۳/۰۳، ۳۲۴/۰۳، ۳۲۵/۰۳، ۳۲۶/۰۳، ۳۲۷/۰۳، ۳۲۸/۰۳، ۳۲۹/۰۳، ۳۳۰/۰۳، ۳۳۱/۰۳، ۳۳۲/۰۳، ۳۳۳/۰۳، ۳۳۴/۰۳، ۳۳۵/۰۳، ۳۳۶/۰۳، ۳۳۷/۰۳، ۳۳۸/۰۳، ۳۳۹/۰۳، ۳۴۰/۰۳، ۳۴۱/۰۳، ۳۴۲/۰۳، ۳۴۳/۰۳، ۳۴۴/۰۳، ۳۴۵/۰۳، ۳۴۶/۰۳، ۳۴۷/۰۳، ۳۴۸/۰۳، ۳۴۹/۰۳، ۳۵۰/۰۳، ۳۵۱/۰۳، ۳۵۲/۰۳، ۳۵۳/۰۳، ۳۵۴/۰۳، ۳۵۵/۰۳، ۳۵۶/۰۳، ۳۵۷/۰۳، ۳۵۸/۰۳، ۳۵۹/۰۳، ۳۶۰/۰۳، ۳۶۱/۰۳، ۳۶۲/۰۳، ۳۶۳/۰۳، ۳۶۴/۰۳، ۳۶۵/۰۳، ۳۶۶/۰۳، ۳۶۷/۰۳، ۳۶۸/۰۳، ۳۶۹/۰۳، ۳۷۰/۰۳، ۳۷۱/۰۳، ۳۷۲/۰۳، ۳۷۳/۰۳، ۳۷۴/۰۳، ۳۷۵/۰۳، ۳۷۶/۰۳، ۳۷۷/۰۳، ۳۷۸/۰۳، ۳۷۹/۰۳، ۳۸۰/۰۳، ۳۸۱/۰۳، ۳۸۲/۰۳، ۳۸۳/۰۳، ۳۸۴/۰۳، ۳۸۵/۰۳، ۳۸۶/۰۳، ۳۸۷/۰۳، ۳۸۸/۰۳، ۳۸۹/۰۳، ۳۹۰/۰۳، ۳۹۱/۰۳، ۳۹۲/۰۳، ۳۹۳/۰۳، ۳۹۴/۰۳، ۳۹۵/۰۳، ۳۹۶/۰۳، ۳۹۷/۰۳، ۳۹۸/۰۳، ۳۹۹/۰۳، ۴۰۰/۰۳، ۴۰۱/۰۳، ۴۰۲/۰۳، ۴۰۳/۰۳، ۴۰۴/۰۳، ۴۰۵/۰۳، ۴۰۶/۰۳، ۴۰۷/۰۳، ۴۰۸/۰۳، ۴۰۹/۰۳، ۴۱۰/۰۳، ۴۱۱/۰۳، ۴۱۲/۰۳، ۴۱۳/۰۳، ۴۱۴/۰۳، ۴۱۵/۰۳، ۴۱۶/۰۳، ۴۱۷/۰۳، ۴۱۸/۰۳، ۴۱۹/۰۳، ۴۲۰/۰۳، ۴۲۱/۰۳، ۴۲۲/۰۳، ۴۲۳/۰۳، ۴۲۴/۰۳، ۴۲۵/۰۳، ۴۲۶/۰۳، ۴۲۷/۰۳، ۴۲۸/۰۳، ۴۲۹/۰۳، ۴۳۰/۰۳، ۴۳۱/۰۳، ۴۳۲/۰۳، ۴۳۳/۰۳، ۴۳۴/۰۳، ۴۳۵/۰۳، ۴۳۶/۰۳، ۴۳۷/۰۳، ۴۳۸/۰۳، ۴۳۹/۰۳، ۴۴۰/۰۳، ۴۴۱/۰۳، ۴۴۲/۰۳، ۴۴۳/۰۳، ۴۴۴/۰۳، ۴۴۵/۰۳، ۴۴۶/۰۳، ۴۴۷/۰۳، ۴۴۸/۰۳، ۴۴۹/۰۳، ۴۵۰/۰۳، ۴۵۱/۰۳، ۴۵۲/۰۳، ۴۵۳/۰۳، ۴۵۴/۰۳، ۴۵۵/۰۳، ۴۵۶/۰۳، ۴۵۷/۰۳، ۴۵۸/۰۳، ۴۵۹/۰۳، ۴۶۰/۰۳، ۴۶۱/۰۳، ۴۶۲/۰۳، ۴۶۳/۰۳، ۴۶۴/۰۳، ۴۶۵/۰۳، ۴۶۶/۰۳، ۴۶۷/۰۳، ۴۶۸/۰۳، ۴۶۹/۰۳، ۴۷۰/۰۳، ۴۷۱/۰۳، ۴۷۲/۰۳، ۴۷۳/۰۳، ۴۷۴/۰۳، ۴۷۵/۰۳، ۴۷۶/۰۳، ۴۷۷/۰۳، ۴۷۸/۰۳، ۴۷۹/۰۳، ۴۸۰/۰۳، ۴۸۱/۰۳، ۴۸۲/۰۳، ۴۸۳/۰۳، ۴۸۴/۰۳، ۴۸۵/۰۳، ۴۸۶/۰۳، ۴۸۷/۰۳، ۴۸۸/۰۳، ۴۸۹/۰۳، ۴۹۰/۰۳، ۴۹۱/۰۳، ۴۹۲/۰۳، ۴۹۳/۰۳، ۴۹۴/۰۳، ۴۹۵/۰۳، ۴۹۶/۰۳، ۴۹۷/۰۳، ۴۹۸/۰۳، ۴۹۹/۰۳، ۵۰۰/۰۳، ۵۰۱/۰۳، ۵۰۲/۰۳، ۵۰۳/۰۳، ۵۰۴/۰۳، ۵۰۵/۰۳، ۵۰۶/۰۳، ۵۰۷/۰۳، ۵۰۸/۰۳، ۵۰۹/۰۳، ۵۱۰/۰۳، ۵۱۱/۰۳، ۵۱۲/۰۳، ۵۱۳/۰۳، ۵۱۴/۰۳، ۵۱۵/۰۳، ۵۱۶/۰۳، ۵۱۷/۰۳، ۵۱۸/۰۳، ۵۱۹/۰۳، ۵۲۰/۰۳، ۵۲۱/۰۳، ۵۲۲/۰۳، ۵۲۳/۰۳، ۵۲۴/۰۳، ۵۲۵/۰۳، ۵۲۶/۰۳، ۵۲۷/۰۳، ۵۲۸/۰۳، ۵۲۹/۰۳، ۵۳۰/۰۳، ۵۳۱/۰۳، ۵۳۲/۰۳، ۵۳۳/۰۳، ۵۳۴/۰۳، ۵۳۵/۰۳، ۵۳۶/۰۳، ۵۳۷/۰۳، ۵۳۸/۰۳، ۵۳۹/۰۳، ۵۴۰/۰۳، ۵۴۱/۰۳، ۵۴۲/۰۳، ۵۴۳/۰۳، ۵۴۴/۰۳، ۵۴۵/۰۳، ۵۴۶/۰۳، ۵۴۷/۰۳، ۵۴۸/۰۳، ۵۴۹/۰۳، ۵۵۰/۰۳، ۵۵۱/۰۳، ۵۵۲/۰۳، ۵۵۳/۰۳، ۵۵۴/۰۳، ۵۵۵/۰۳، ۵۵۶/۰۳، ۵۵۷/۰۳، ۵۵۸/۰۳، ۵۵۹/۰۳، ۵۶۰/۰۳، ۵۶۱/۰۳، ۵۶۲/۰۳، ۵۶۳/۰۳، ۵۶۴/۰۳، ۵۶۵/۰۳، ۵۶۶/۰۳، ۵۶۷/۰۳، ۵۶۸/۰۳، ۵۶۹/۰۳، ۵۷۰/۰۳، ۵۷۱/۰۳، ۵۷۲/۰۳، ۵۷۳/۰۳، ۵۷۴/۰۳، ۵۷۵/۰۳، ۵۷۶/۰۳، ۵۷۷/۰۳، ۵۷۸/۰۳، ۵۷۹/۰۳، ۵۸۰/۰۳، ۵۸۱/۰۳، ۵۸۲/۰۳، ۵۸۳/۰۳، ۵۸۴/۰۳، ۵۸۵/۰۳، ۵۸۶/۰۳، ۵۸۷/۰۳، ۵۸۸/۰۳، ۵۸۹/۰۳، ۵۹۰/۰۳، ۵۹۱/۰۳، ۵۹۲/۰۳، ۵۹۳/۰۳، ۵۹۴/۰۳، ۵۹۵/۰۳، ۵۹۶/۰۳، ۵۹۷/۰۳، ۵۹۸/۰۳، ۵۹۹/۰۳، ۶۰۰/۰۳، ۶۰۱/۰۳، ۶۰۲/۰۳، ۶۰۳/۰۳، ۶۰۴/۰۳، ۶۰۵/۰۳، ۶۰۶/۰۳، ۶۰۷/۰۳، ۶۰۸/۰۳، ۶۰۹/۰۳، ۶۱۰/۰۳، ۶۱۱/۰۳، ۶۱۲/۰۳، ۶۱۳/۰۳، ۶۱۴/۰۳، ۶۱۵/۰۳، ۶۱۶/۰۳، ۶۱۷/۰۳، ۶۱۸/۰۳، ۶۱۹/۰۳، ۶۲۰/۰۳، ۶۲۱/۰۳، ۶۲۲/۰۳، ۶۲۳/۰۳، ۶۲۴/۰۳، ۶۲۵/۰۳، ۶۲۶/۰۳، ۶۲۷/۰۳، ۶۲۸/۰۳، ۶۲۹/۰۳، ۶۳۰/۰۳، ۶۳۱/۰۳، ۶۳۲/۰۳، ۶۳۳/۰۳، ۶۳۴/۰۳، ۶۳۵/۰۳، ۶۳۶/۰۳، ۶۳۷/۰۳، ۶۳۸/۰۳، ۶۳۹/۰۳، ۶۴۰/۰۳، ۶۴۱/۰۳، ۶۴۲/۰۳، ۶۴۳/۰۳، ۶۴۴/۰۳، ۶۴۵/۰۳، ۶۴۶/۰۳، ۶۴۷/۰۳، ۶۴۸/۰۳، ۶۴۹/۰۳، ۶۵۰/۰۳، ۶۵۱/۰۳، ۶۵۲/۰۳، ۶۵۳/۰۳، ۶۵۴/۰۳، ۶۵۵/۰۳، ۶۵۶/۰۳، ۶۵۷/۰۳، ۶۵۸/۰۳، ۶۵۹/۰۳، ۶۶۰/۰۳، ۶۶۱/۰۳، ۶۶۲/۰۳، ۶۶۳/۰۳، ۶۶۴/۰۳، ۶۶۵/۰۳، ۶۶۶/۰۳، ۶۶۷/۰۳، ۶۶۸/۰۳، ۶۶۹/۰۳، ۶۷۰/۰۳، ۶۷۱/۰۳، ۶۷۲/۰۳، ۶۷۳/۰۳، ۶۷۴/۰۳، ۶۷۵/۰۳، ۶۷۶/۰۳، ۶۷۷/۰۳، ۶۷۸/۰۳، ۶۷۹/۰۳، ۶۸۰/۰۳، ۶۸۱/۰۳، ۶۸۲/۰۳، ۶۸۳/۰۳، ۶۸۴/۰۳، ۶۸۵/۰۳، ۶۸۶/۰۳، ۶۸۷/۰۳، ۶۸۸/۰۳، ۶۸۹/۰۳، ۶۹۰/۰۳، ۶۹۱/۰۳، ۶۹۲/۰۳، ۶۹۳/۰۳، ۶۹۴/۰۳، ۶۹۵/۰۳، ۶۹۶/۰۳، ۶۹۷/۰۳، ۶۹۸/۰۳، ۶۹۹/۰۳، ۷۰۰/۰۳، ۷۰۱/۰۳، ۷۰۲/۰۳، ۷۰۳/۰۳، ۷۰۴/۰۳، ۷۰۵/۰۳، ۷۰۶/۰۳، ۷۰۷/۰۳، ۷۰۸/۰۳، ۷۰۹/۰۳، ۷۱۰/۰۳، ۷۱۱/۰۳، ۷۱۲/۰۳، ۷۱۳/۰۳، ۷۱۴/۰۳، ۷۱۵/۰۳، ۷۱۶/۰۳، ۷۱۷/۰۳، ۷۱۸/۰۳، ۷۱۹/۰۳، ۷۲۰/۰۳، ۷۲۱/۰۳، ۷۲۲/۰۳، ۷۲۳/۰۳، ۷۲۴/۰۳، ۷۲۵/۰۳، ۷۲۶/۰۳، ۷۲۷/۰۳، ۷۲۸/۰۳، ۷۲۹/۰۳، ۷۳۰/۰۳، ۷۳۱/۰۳، ۷۳۲/۰۳، ۷۳۳/۰۳، ۷۳۴/۰۳، ۷۳۵/۰۳، ۷۳۶/۰۳، ۷۳۷/۰۳، ۷۳۸/۰۳، ۷۳۹/۰۳، ۷۴۰/۰۳، ۷۴۱/۰۳، ۷۴۲/۰۳، ۷۴۳/۰۳، ۷۴۴/۰۳، ۷۴۵/۰۳، ۷۴۶/۰۳، ۷۴۷/۰۳، ۷۴۸/۰۳، ۷۴۹/۰۳، ۷۵۰/۰۳، ۷۵۱/۰۳، ۷۵۲/۰۳، ۷۵۳/۰۳، ۷۵۴/۰۳، ۷۵۵/۰۳، ۷۵۶/۰۳، ۷۵۷/۰۳، ۷۵۸/۰۳، ۷۵۹/۰۳، ۷۶۰/۰۳، ۷۶۱/۰۳، ۷۶۲/۰۳، ۷۶۳/۰۳، ۷۶۴/۰۳، ۷۶۵/۰۳، ۷۶۶/۰۳، ۷۶۷/۰۳، ۷۶۸/۰۳، ۷۶۹/۰۳، ۷۷۰/۰۳، ۷۷۱/۰۳، ۷۷۲/۰۳، ۷۷۳/۰۳، ۷۷۴/۰۳، ۷۷۵/۰۳، ۷۷۶/۰۳، ۷۷۷/۰۳، ۷۷۸/۰۳، ۷۷۹/۰۳، ۷۸۰/۰۳، ۷۸۱/۰۳، ۷۸۲/۰۳، ۷۸۳/۰۳، ۷۸۴/۰۳، ۷۸۵/۰۳، ۷۸۶/۰۳، ۷۸۷/۰۳، ۷۸۸/۰۳، ۷۸۹/۰۳، ۷۹۰/۰۳، ۷۹۱/۰۳، ۷۹۲/۰۳، ۷۹۳/۰۳، ۷۹۴/۰۳، ۷۹۵/۰۳، ۷۹۶/۰۳، ۷۹۷/۰۳، ۷۹۸/۰۳، ۷۹۹/۰۳، ۸۰۰/۰۳، ۸۰۱/۰۳، ۸۰۲/۰۳، ۸۰۳/۰۳، ۸۰۴/۰۳، ۸۰۵/۰۳، ۸۰۶/۰۳، ۸۰۷/۰۳، ۸۰۸/۰۳، ۸۰۹/۰۳، ۸۱۰/۰۳، ۸۱۱/۰۳، ۸۱۲/۰۳، ۸۱۳/۰۳، ۸۱۴/۰۳، ۸۱۵/۰۳، ۸۱۶/۰۳، ۸۱۷/۰۳، ۸۱۸/۰۳، ۸۱۹/۰۳، ۸۲۰/۰۳، ۸۲۱/۰۳، ۸۲۲/۰۳، ۸۲۳/۰۳، ۸۲۴/۰۳، ۸۲۵/۰۳، ۸۲۶/۰۳، ۸۲۷/۰۳، ۸۲۸/۰۳، ۸۲۹/۰۳، ۸۳۰/۰۳، ۸۳۱/۰۳، ۸۳۲/۰۳، ۸۳۳/۰۳، ۸۳۴/۰۳، ۸۳۵/۰۳، ۸۳۶/۰۳، ۸۳۷/۰۳، ۸۳۸/۰۳، ۸۳۹/۰۳، ۸۴۰/۰۳، ۸۴۱/۰۳، ۸۴۲/۰۳، ۸۴۳/۰۳، ۸۴۴/۰۳، ۸۴۵/۰۳، ۸۴۶/۰۳، ۸۴۷/۰۳، ۸۴۸/۰۳، ۸۴۹/۰۳، ۸۵۰/۰۳، ۸۵۱/۰۳، ۸۵۲/۰۳، ۸۵۳/۰۳، ۸۵۴/۰۳، ۸۵۵/۰۳، ۸۵۶/۰۳، ۸۵۷/۰۳، ۸۵۸/۰۳، ۸۵۹/۰۳، ۸۶۰/۰۳، ۸۶۱/۰۳، ۸۶۲/۰۳، ۸۶۳/۰۳، ۸۶۴/۰۳، ۸۶۵/۰۳، ۸۶۶/۰۳، ۸۶۷/۰۳، ۸۶۸/۰۳، ۸۶۹/۰۳، ۸۷۰/۰۳، ۸۷۱/۰۳، ۸

جدول ۱- نتایج ۱۰ مورد از بهینه سازی‌های انجام شده بر روی خرپای ۱۰ المانی

شماره عضو	سطح مقطع (cm ²)								
	بررسی ۱	بررسی ۲	بررسی ۳	بررسی ۴	بررسی ۵	بررسی ۶	بررسی ۷	بررسی ۸	بررسی ۹
۱	۱۹۰/۱۵	۱۹۹/۰۴	۲۰۰/۰۳	۲۰۳/۷۶	۲۰۳/۷۰	۱۹۸/۴۱	۱۹۶/۵۴	۲۰۶/۹۹	۲۰۷/۰۷
۲	۱۰/۴۵	۱۰/۴۵	۱۱/۹۵	۱۰/۴۶	۱۰/۵۰	۱۰/۵۴	۱۰/۴۵	۱۰/۴۷	۱۰/۴۵
۳	۱۶۵/۷۷	۱۶۹/۱۹	۱۵۵/۷۹	۱۵۹/۱۱	۱۵۵/۸۵	۱۶۳/۵۸	۱۵۳/۲۴	۱۴۶/۷۹	۱۴۶/۸۱
۴	۹۸/۶۰	۹۷/۵۴	۱۰۲/۵۶	۹۹/۷۲	۹۶/۵۲	۹۷/۴۳	۹۸/۴۸	۹۴/۸۱	۹۴/۷۷
۵	۱۰/۴۵	۱۰/۵۰	۱۰/۴۵	۱۰/۴۵	۱۰/۴۵	۱۰/۴۶	۱۰/۴۸	۱۰/۴۵	۱۰/۴۵
۶	۱۰/۴۵	۱۰/۴۵	۱۰/۸۴	۱۰/۷۳	۱۰/۴۶	۱۰/۵۹	۱۰/۴۹	۱۰/۴۵	۱۰/۴۵
۷	۱۴۰/۶۶	۱۳۸/۳۹	۱۴۴/۷۰	۱۳۳/۸۷	۱۴۷/۹۲	۱۴۲/۰۵	۱۴۱/۱۶	۱۴۷/۶۸	۱۴۷/۶۶
۸	۶۵/۲۳	۶۱/۶۶	۵۳/۶۴	۶۲/۷۲	۶۱/۶۴	۵۹/۰۷	۶۰/۷۰	۶۱/۱۳	۶۱/۰۳
۹	۱۰/۴۸	۱۰/۴۵	۱۰/۶۸	۱۰/۴۶	۱۰/۴۵	۱۰/۴۵	۱۰/۴۸	۱۰/۴۵	۱۰/۴۶
۱۰	۱۳۷/۴۱	۱۳۴/۸۱	۱۴۰/۰۴	۱۳۹/۸۳	۱۳۱/۴۶	۱۳۷/۲۱	۱۴۴/۳۹	۱۳۷/۱۶	۱۳۷/۱۴
وزن (kg)	۲۴۹۶/۱۴۶	۲۴۹۴/۳۹۸	۲۴۹۳/۷۷۴	۲۴۹۲/۷۶۴	۲۴۹۱/۹۸۳	۲۴۹۱/۲۱۸	۲۴۹۱/۰۲۳	۲۴۹۰/۵۴۲	۲۴۹۰/۲۶۱
وزن میانگین (kg)	۲۴۹۲/۲۰۸								
تعداد تحلیل	۸۸۹۲	۸۸۹۲	۸۸۹۲	۸۸۹۲	۸۸۹۲	۸۸۹۲	۸۸۹۲	۸۸۹۲	۸۸۹۲

جدول ۲- مقایسه نتایج الگوریتم TLBO با دیگر روش‌ها بر روی خرپای ۱۰ المانی

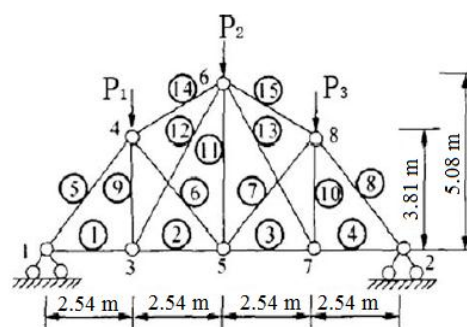
شماره عضو	سطح مقطع (cm ²)						
	[۱۰] GA	[۱۱] ABC	[۱۲] ACO	[۱۳] PSO	[۱۳] PSOPC	[۱۳] HPSO	[۱۴] SSA
۱	۱۷۰/۹۷	۲۱۶/۱۳	۲۱۶/۱۳	۱۹۳/۵۵	۱۹۳/۵۵	۱۹۳/۵۵	۲۱۶/۱۳
۲	۱۰/۴۵	۱۰/۴۵	۱۰/۴۵	۱۰/۴۵	۱۱/۶۱	۱۰/۴۵	۱۰/۴۵
۳	۱۰۳/۲۳	۱۴۷/۷۴	۱۴۷/۷۴	۱۹۳/۵۵	۱۷۰/۹۷	۱۴۷/۷۴	۱۴۷/۷۴
۴	۹۱/۶۱	۹۱/۶۱	۹۱/۶۱	۸۷/۱۰	۸۷/۱۰	۸۷/۱۰	۹۱/۶۱
۵	۱۱/۶۱	۱۰/۴۵	۱۰/۴۵	۱۰/۴۵	۱۰/۴۵	۱۰/۴۵	۱۰/۴۵
۶	۱۰/۴۵	۱۰/۴۵	۱۰/۴۵	۱۱/۶۱	۱۱/۶۱	۱۰/۴۵	۱۰/۴۵
۷	۱۰۳/۲۳	۱۴۷/۷۴	۱۴۷/۷۴	۱۱۹/۸۷	۱۲۱/۲۹	۱۷۰/۹۷	۱۴۷/۷۴
۸	۳۳/۰۳	۵۱/۴۲	۵۱/۴۲	۷۴/۱۹	۷۴/۱۹	۵۱/۴۲	۵۱/۴۲
۹	۱۵/۳۵	۱۰/۴۵	۱۰/۴۵	۱۱/۶۱	۱۱/۶۱	۱۱/۶۱	۱۰/۴۵
۱۰	۱۲۱/۲۹	۱۴۱/۹۴	۱۴۱/۹۴	۱۴۱/۹۴	۱۴۱/۹۴	۱۴۱/۹۴	۱۴۱/۹۴
وزن (kg)	۱۹۸۵/۰۱۱	۲۴۹۰/۵۵۸	۲۴۹۰/۵۵۸	۲۵۳۱/۸۴۴	۲۵۳۷/۱۴۲	۲۵۰۹/۲۶۴	۲۴۹۰/۵۵۸
تعداد تحلیل	۴۰۰۰۰	۲۵۸۰۰	۱۰۰۰۰	۵۰۰۰۰	۵۰۰۰۰	۵۰۰۰۰	۵۰۰۰۰

برابر $1274/21 \text{ kg/cm}^2 \pm$ است، وزن مخصوص مصالح خرپا برابر $7/8 \text{ kg/cm}^3$ و مدول الاستیسیته مصالح 2038736 kg/cm^3 است.

خرپای شکل (۵) دارای ۱۵ عضو بدون گروه بندی المانی و مشخصات هندسی ارائه شده در شکل است. جزئیات بار گذاری نیروهای وارده بر سازه در جدول (۳) ارائه شده است. ترکیب بار گذاری حالت اول در این مسئله بررسی شده است. محدودیت جابجایی قائم و افقی $\pm 1 \text{ cm}$ و محدودیت حد تنش



شده و در جدول (۵) با نتایج بهینه سازی حاصل از بررسی انجام شده بر روی این سازه توسط دیگر پژوهشگران با روش‌های مختلف مقایسه شده است. نتایج حاصل از بررسی سازه فوق در جدول (۵) و نمودار شکل (۶) قابل مشاهده است.



شکل ۵- خرابای ۱۵ المانی صفحه‌ای

جدول ۳- ترکیب بار گذاری وارده به خرابای ۱۵ المانی فضایی

حالت بارگذاری	شماره گره	محور x	محور y	محور z
حالت اول	۱	۰/۰۰۰	۳/۵۶۸	۰/۰۰۰
	۲	۰/۰۰۰	۳/۵۶۸	۰/۰۰۰
	۳	۰/۰۰۰	۳/۵۶۸	۰/۰۰۰
حالت دوم	۱	۰/۰۰۰	۳/۵۶۸	۰/۰۰۰
	۲	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
	۳	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
حالت سوم	۱	۰/۰۰۰	۳/۵۶۸	۰/۰۰۰
	۲	۰/۰۰۰	۳/۵۶۸	۰/۰۰۰
	۳	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰

محدودیت سطح مقطع (متغیرهای طراحی) مجزا برابر (۱/۱۳، ۱/۴۳، ۱/۴۶، ۱/۷۵، ۱/۸۶، ۲/۳۶، ۲/۶۶، ۲/۹۷، ۳/۰۹، ۳/۳۴، ۳/۳۸، ۴/۹۸، ۷/۳۷، ۷/۹۱، ۸/۰۸، ۱۰/۶۴) (cm^2) بر این سازه اعمال شده است. سازه حاضر تحت ۳۰ تکرار الگوریتم مورد تحلیل قرار گرفته است. ۱۰ دسته از نتایج حاصل از بررسی‌های عددی بهینه سازی انجام شده با استفاده از الگوریتم TLBO گردآوری شده و در جدول (۴) ارائه شده است. از بین ۱۰ دسته پاسخ ارائه شده در جدول (۴) بهترین پاسخ انتخاب

جدول ۴- نتایج ۱۰ مورد از بهینه سازی‌های انجام شده بر روی خرابای ۱۵ المانی

شماره عضو	سطح مقطع (cm^2)									
	بررسی ۱	بررسی ۲	بررسی ۳	بررسی ۴	بررسی ۵	بررسی ۶	بررسی ۷	بررسی ۸	بررسی ۹	بررسی ۱۰
۱	۶/۴۲	۲/۷۲	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳
۲	۲/۲۲	۳/۲۲	۲/۲۹	۱/۱۳	۲/۵۹	۲/۱۰	۱/۱۳	۱/۱۵	۱/۱۳	۱/۱۳
۳	۵/۱۷	۲/۳۲	۳/۱۲	۱/۱۵	۱/۱۴	۱/۵۵	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۴
۴	۱/۸۸	۲/۹۴	۲/۱۴	۱/۵۸	۱/۱۴	۳/۴۲	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳
۵	۱/۱۸	۱/۸۴	۷/۳۷	۷/۳۷	۷/۳۷	۷/۳۷	۷/۳۷	۷/۳۷	۷/۳۷	۷/۳۷
۶	۲/۷۵	۱/۳۰	۱/۳۷	۲/۸۶	۱/۱۶	۱/۷۰	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳
۷	۳/۹۶	۳/۵۳	۱/۲۵	۱/۱۳	۲/۹۴	۱/۱۳	۱/۱۴	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳
۸	۱/۴۳	۳/۶۹	۷/۳۷	۷/۳۷	۷/۳۷	۷/۳۷	۷/۳۷	۷/۳۷	۷/۳۷	۷/۳۷
۹	۱/۴۶	۱/۹۸	۱/۱۷	۳/۹۵	۱/۱۴	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳
۱۰	۳/۰۲	۱/۸۸	۱/۷۹	۱/۱۸	۲/۰۰	۱/۳۸	۲/۸۱	۱/۶۱	۱/۹۱	۱/۱۳
۱۱	۱/۲۶	۶/۱۶	۲/۰۶	۱/۱۳	۱/۲۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۲۱	۱/۱۳	۱/۱۳
۱۲	۵/۵۸	۳/۹۶	۱/۱۴	۱/۳۶	۱/۱۵	۱/۱۴	۱/۲۴	۱/۲۹	۱/۱۳	۱/۱۳
۱۳	۳/۰۷	۳/۹۹	۱/۱۴	۱/۱۳	۱/۳۸	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۶۲	۱/۱۳	۱/۱۳
۱۴	۲/۶۷	۲/۸۳	۳/۳۴	۳/۳۴	۳/۳۴	۳/۳۴	۳/۳۴	۳/۳۴	۳/۳۴	۳/۳۴
۱۵	۵/۲۴	۱/۷۶	۳/۳۴	۳/۳۴	۳/۳۴	۳/۳۴	۳/۳۴	۳/۳۴	۳/۳۴	۳/۳۴
وزن (kg)	۱۴۵/۸۱۴	۱۴۴/۳۷۱	۱۲۶/۹۳۵	۱۲۴/۸۵۰	۱۲۱/۴۶۸	۱۱۹/۴۶۵	۱۱۳/۵۷۷	۱۱۲/۶۲۵	۱۱۰/۳۸۰	۱۰۸/۰۹۴
وزن میانگین (kg)	۱۲۲/۷۵۸									
تعداد تحلیل	۲۰۵۴	۲۰۵۴	۲۰۵۴	۲۰۵۴	۲۰۵۴	۲۰۵۴	۲۰۵۴	۲۰۵۴	۲۰۵۴	۲۰۵۴

جدول ۵- مقایسه نتایج الگوریتم TLBO با دیگر روش‌ها بر روی خرپای ۱۵ المانی

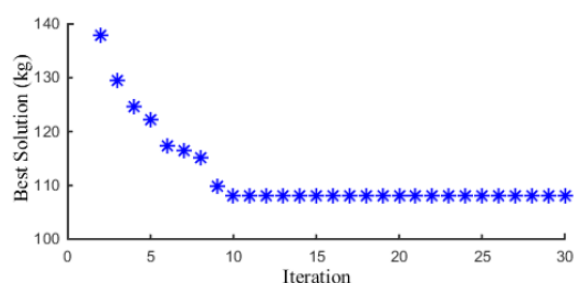
شماره عضو	سطح مقطع (cm ²)					
	[۱۷] TLBO	[۱۶] WOA	[۱۴] MBA	[۱۳] HPSO	[۱۳] PSOPC	[۱۵] PSO IHGA
۱	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۳/۰۹
۲	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۷۵
۳	۱/۱۴	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۳/۳۸
۴	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۴۳
۵	۷/۳۷	۷/۳۷	۷/۳۷	۷/۳۷	۷/۳۷	۷/۳۷
۶	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۸۶
۷	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۲/۶۶
۸	۷/۳۷	۷/۳۷	۷/۳۷	۷/۳۷	۷/۳۷	۵/۰۸
۹	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۴۳
۱۰	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۵/۰۸
۱۱	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۲/۷۹
۱۲	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۷۵
۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۱۳	۱/۸۶	۲/۹۷
۱۴	۳/۳۴	۳/۳۴	۳/۳۴	۳/۳۴	۳/۳۴	۲/۳۶
	۳/۳۴	۳/۳۴	۳/۳۴	۳/۳۴	۳/۳۴	۲/۶۶
وزن (kg)	۱۰۸/۰۹۴	۱۰۵/۷۳۵	۱۰۵/۷۳۵	۱۰۵/۷۳۵	۱۰۸/۹۶۰	۱۰۸/۸۴۰
تعداد تحلیل	۲۰۵۴	۴۰۰۰	۳۳۰۰	۲۵۰۵۰	۲۵۰۵۰	۲۵۰۵۰

می‌دهد. از سویی الگوریتم TLBO نسبت به میانگین وزن‌های بهینه محاسبه شده توسط روش‌های موجود در این بخش، با ۴/۲۱۷٪ وزن بهینه کمتر عملکرد خود را با ۸۹/۹۳۵٪ تحلیل کمتر نشان می‌دهد.

۴-۳- خرپای بیست و دو المانی فضایی

سومین مورد بر تحلیل خرپای فضایی شکل (۷) تمرکز دارد. خرپای فوق توسط پژوهشگران بسیاری با استفاده از روش‌های دیگر از قبیل، روش‌های ریاضی [۱۸] و [۱۹]، روش جستجوی هارمونی [۲۰]، الگوریتم‌های تجمع ذرات و تجمع ذرات با اعضای کاهنده و تجمع ذرات ابتکاری [۲۱]، مورد بررسی و بهینه سازی قرار گرفته است.

خرپای فضایی شکل (۷) دارای ۲۲ عضو با ترکیب بار گذاری خلاصه شده در جدول (۶) است که مشخصات هندسی سازه در شکل (۷) ارائه شده است. بر اساس جدول (۷) هفت گروه المانی برای این خرپا در نظر گرفته شده است. محدودیت جابجایی در جهات x، y و z برابر ± 0.08 cm و محدودیت حد

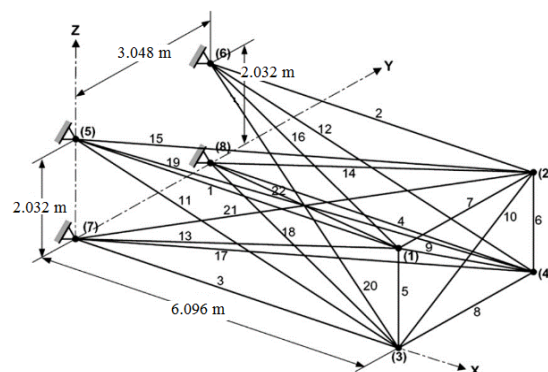


شکل ۶- نمودار بهترین پاسخ در هر تکرار (خرپای پانزده المانی)

بررسی جدول (۵) و نمودار شکل (۶) نشان می‌دهد که الگوریتم در تکرار ۱۰ پس از ۲۰۵۴ تحلیل سازه ای عدد بهینه ۱۰۸/۰۹۴ kg را برای وزن این سازه ارائه می‌کند. مقاطع بهینه ارائه شده توسط الگوریتم TLBO در بازه بسیار نزدیکی از مقاطع پیشنهادی بهینه توسط دیگر روش‌های حاضر در این بخش است. الگوریتم TLBO با ۲/۱۸۲٪ وزن بهینه کمتر کارایی خود را به ترتیب با درصد تحلیل کمتر معادل ۳۷/۷۵۷٪ و ۴۸/۶۵٪ نسبت به روش‌های MBA [۱۶] و WOA [۱۷] نشان



تنش برابر $\pm 2531/05 \text{ kg/cm}^2$ بر سازه اعمال است، وزن مخصوص مصالح خریا برابر $2/768 \times 10^{-3} \text{ kg/cm}^3$ بوده و مدول الاستیسیته مصالح 703070 kg/cm^2 است.



شکل ۷- خریای ۲۲ المانی فضایی

جدول ۶- ترکیب بار گذاری وارده به خریای ۲۲ المانی فضایی

حالت بارگذاری	شماره گره	محور x	محور y	محور z
حالت اول	۱	-۹/۰۷۲	۰/۰۰۰	-۲/۲۶۸
	۲	-۹/۰۷۲	۰/۰۰۰	-۲/۲۶۸
	۳	-۹/۰۷۲	۰/۰۰۰	-۱۳/۶۰۸
	۴	-۹/۰۷۲	۰/۰۰۰	-۱۳/۶۰۸
حالت دوم	۱	-۹/۰۷۲	-۲/۲۶۸	۰/۰۰۰
	۲	-۹/۰۷۲	-۲/۲۶۸	۰/۰۰۰
	۳	-۹/۰۷۲	-۲/۲۶۸	۰/۰۰۰
	۴	-۹/۰۷۲	-۲/۲۶۸	۰/۰۰۰
حالت سوم	۱	-۹/۰۷۲	۰/۰۰۰	۱۵/۸۷۶
	۲	-۹/۰۷۲	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
	۳	-۹/۰۷۲	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
	۴	-۹/۰۷۲	۰/۰۰۰	-۱۵/۸۷۶

جدول ۷- گروه بندی المانی خریای ۲۲ المانی فضایی

شماره گروه المانی	شماره المان	شماره گروه المانی	شماره المان
۱	۱، ۲	۵	۱۲، ۱۱ ۱۴، ۱۳
۲	۶، ۵	۶	۱۶، ۱۵ ۱۸، ۱۷
۳	۸، ۷	۷	۲۰، ۱۹ ۲۲، ۲۱
۴	۱۰، ۹		

محدودیت سطح مقطع عرضی بین $0/645 \text{ cm}^2$ تا $193/548 \text{ cm}^2$ برای هر گروه المانی اعمال شده است. سازه حاضر تحت ۴۰ تکرار الگوریتم مورد بررسی قرار گرفته است. ۱۰ دسته از نتایج حاصل از بررسی‌های عددی بهینه سازی با استفاده از الگوریتم گرد آوری شده و در جدول (۸) ارائه شده است. از بین ۱۰ دسته پاسخ ارائه شده در جدول (۸) بهترین پاسخ انتخاب شده و در جدول (۹) با نتایج بهینه سازی حاصل از بررسی انجام شده توسط دیگر پژوهشگران با روش‌های مختلف بر روی این سازه مقایسه شده است. نتایج حاصل از بررسی سازه حاضر در جدول (۹) و نمودار شکل (۸) قابل مشاهده است.

نمودار شکل (۸) نشان می‌دهد که از تکرار ۱۱ به بعد نتایج همگرا می‌شود، لذا الگوریتم TLBO در تکرار ۱۱ پس از ۲۲۸۰ تحلیل سازه ای مقدار بهینه وزن برابر $444/006 \text{ kg}$ را برای خریای حاضر ارائه می‌کند. در مقایسه با روش‌های PSOPC و HPSO [۲۱]، الگوریتم TLBO به ترتیب با $0/109$ و $0/108$ وزن بهینه بیشتر ولی با $90/898$ و $10/588$ تعداد تحلیل سازه‌ای کمتر به پاسخ بهینه رسیده است. از جهتی در مقایسه با میانگین مقادیر محاسباتی حاصل از روش HS [۲۰] و روش‌های PSO و PSOPC الگوریتم TLBO با $2/96$ وزن بهینه پایین تر و همچنین $90/156$ تعداد تحلیل سازه‌ای کمتر کارایی خود را نشان می‌دهد.

۴-۴- خریای بیست و پنج المانی

چهارمین مورد بر تحلیل خریای فضایی شکل (۹) تمرکز دارد. این سازه نیز توسط پژوهشگران بسیاری با روش‌های بهینه سازی دیگر از جمله، الگوریتم ژنتیک [۱۰]، الگوریتم تجمع ذرات و الگوریتم‌های ابتکاری تجمع ذرات [۱۳]، الگوریتم جستجوی هماهنگ ابتکاری^۱ [۲۲]، الگوریتم زنبور عسل [۲۳]، ترکیب الگوریتم تجمع ذرات و الگوریتم تجمع پرستو [۴]، مورد بررسی قرار گرفته و بهینه شده است.

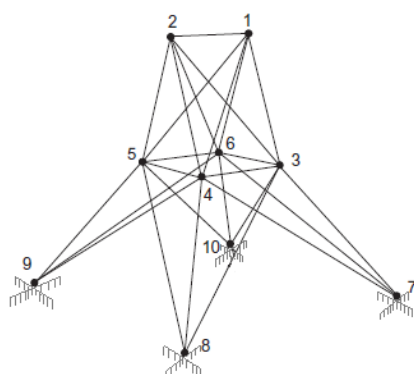
^۱ Harmony Search Heuristic Algorithm (HSHA)

جدول ۸- نتایج ۱۰ مورد از بهینه سازی‌های انجام شده بر روی خرابای ۲۲ المانی فضایی

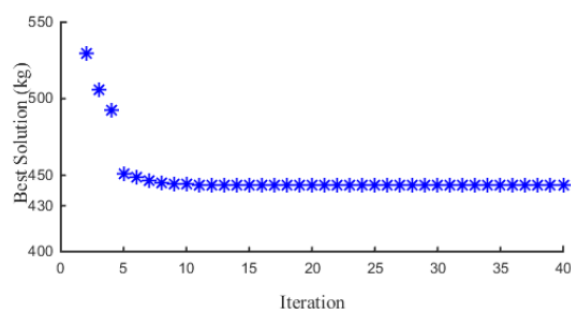
گروه المانی	شماره عضو	سطح مقطع (cm ²)								
		بررسی ۱	بررسی ۲	بررسی ۳	بررسی ۴	بررسی ۵	بررسی ۶	بررسی ۷	بررسی ۸	بررسی ۹
۱	۱-۴	۲۴/۵۸	۲۴/۵۰	۲۲/۵۹	۲۴/۷۲	۲۵/۴۲	۲۴/۷۹	۲۳/۴۵	۲۴/۷۴	۲۳/۹۷
۲	۵-۶	۱/۷۷	۳/۱۲	۳/۹۱	۱/۵۲	۰/۶۵	۱/۳۰	۳/۲۸	۰/۷۴	۳/۱۸
۳	۷-۸	۰/۹۰	۲/۳۵	۳/۳۵	۱/۳۵	۰/۶۵	۰/۶۵	۱/۷۹	۰/۷۴	۱/۲۸
۴	۹-۱۰	۰/۶۵	۱/۲۸	۱/۵۴	۰/۹۰	۰/۶۵	۰/۶۵	۰/۶۵	۰/۶۵	۰/۶۵
۵	۱۱-۱۴	۲۶/۶۳	۲۵/۷۶	۲۵/۷۷	۲۶/۰۱	۲۵/۹۸	۲۷/۷۸	۲۵/۷۴	۲۵/۹۴	۲۵/۵۵
۶	۱۵-۱۸	۱۷/۰۴	۱۴/۸۶	۱۵/۸۳	۱۷/۲۴	۱۷/۸۹	۱۷/۶۸	۱۵/۲۴	۱۵/۲۴	۱۷/۴۱
۷	۱۹-۲۲	۸/۷۹	۵/۱۹	۹/۹۴	۲/۱۰	۵/۷۲	۹/۵۲	۵/۲۳	۹/۷۷	۳/۹۷
وزن (kg)		۴۵۷/۶۵۱	۴۵۱/۷۷۹	۴۵۱/۴۶۹	۴۴۸/۸۰۹	۴۴۷/۸۸۰	۴۴۶/۶۸۹	۴۴۶/۰۳۹	۴۴۴/۴۶۸	۴۴۴/۳۷۴
وزن میانگین (kg)		۴۴۸/۳۵۶								
تعداد تحلیل		۲۰۵۲	۲۰۵۲	۲۰۵۲	۲۰۵۲	۲۰۵۲	۲۰۵۲	۲۰۵۲	۲۰۵۲	۲۲۸۰

جدول ۹- مقایسه نتایج الگوریتم TLBO با دیگر روش‌ها بر روی خرابای ۲۲ المانی فضایی

گروه المانی	شماره عضو	سطح مقطع (cm ²)					
		روش‌های ریاضی [۱۸]	روش‌های ریاضی [۱۹]	[۲۰] HS	[۲۱] PSO	[۲۱] PSOPC	[۲۱] HPSO
۱	۱-۴	۱۶/۹۶	۱۶/۵۴	۱۶/۷۰	۱۰/۶۹	۱۹/۶۲	۲۰/۳۷
۲	۵-۶	۷/۵۰	۱۰/۰۲	۶/۹۹	۴/۶۲	۷/۶۸	۸/۱۹
۳	۷-۸	۲/۲۱	۱/۸۱	۲/۳۴	۵/۹۳	۶/۳۵	۶/۳۲
۴	۹-۱۰	۲/۷۳	۳/۳۰	۲/۷۲	۱/۱۳	۰/۶۸	۰/۶۵
۵	۱۱-۱۴	۱۷/۹۵	۱۶/۹۴	۱۸/۲۴	۲۹/۵۲	۲۲/۱۳	۲۱/۱۶
۶	۱۵-۱۸	۱۴/۰۲	۱۳/۷۵	۱۳/۲۶	۲۰/۸۰	۹/۹۵	۹/۰۵
۷	۱۹-۲۲	۱۲/۵۹	۱۴/۲۸	۱۳/۱۹	۲/۹۰	۷/۳۴	۸/۳۹
وزن (kg)		۴۶۴/۸۴۱	۴۶۹/۳۵۰	۴۶۳/۶۷۶	۵۱۱/۴۷۹	۴۴۳/۵۲۳	۴۴۳/۵۲۷
تعداد تحلیل		---	---	۱۵۰۰۰	۵۰۰۵۰	۲۵۰۵۰	۲۵۵۰



شکل ۹- خرابای ۲۵ المانی فضایی



شکل ۸- نمودار بهترین پاسخ در هر تکرار (خرابای بیست و دو المانی)

سازه مقایسه شده است. جهت بررسی کارایی الگوریتم جدول (۱۳) و نمودار شکل (۱۰) ارائه شده است.

جدول ۱۰- مشخصات هندسی خرابای ۲۵ المانی فضایی

شماره گروه	مختصات گرهی گرہها (m)		
	محور x	محور y	محور z
۱	-۰/۹۵۳	۰/۰۰	۵/۰۸
۲	۰/۹۵۳	۰/۰۰	۵/۰۸
۳	-۰/۹۵۳	۰/۹۵۳	۲/۵۴
۴	۰/۹۵۳	۰/۹۵۳	۲/۵۴
۵	۰/۹۵۳	-۰/۹۵۳	۲/۵۴
۶	-۰/۹۵۳	-۰/۹۵۳	۲/۵۴
۷	-۲/۵۴	۲/۵۴	۰/۰۰
۸	۲/۵۴	۲/۵۴	۰/۰۰
۹	۲/۵۴	-۲/۵۴	۰/۰۰
۱۰	-۲/۵۴	-۲/۵۴	۰/۰۰

خرپای فضایی شکل (۹) دارای ۲۵ عضو با مشخصات هندسی سازه خلاصه شده در جدول (۱۰) است که گروه بندی المانی سازه در جدول (۱۱) ارائه شده است. به گره ۱ نیروی 4.54 ton در جهت مثبت محور x و نیروهای 4.54 ton در جهات y و z به گره‌های ۱ و ۲ و نیروهای 0.227 ton و 0.272 ton در جهت محور x به ترتیب به گره‌های ۳ و ۶ این خرپا وارد می‌شوند. محدودیت جابجایی در جهات x، y و z برابر $\pm 0.889 \text{ cm}$ و محدودیت حد تنش برابر $2812/278 \text{ kg/cm}^2$ در نظر گرفته شده است، وزن مخصوص مصالح خرپا برابر $2/768 \times 10^{-3} \text{ kg/cm}^3$ بوده و مدول الاستیک مصالح 703070 kg/cm^2 است. محدودیت سطح مقطع عرضی بین 0.6 cm^2 تا $38/71 \text{ cm}^2$ برای هر گروه المانی اعمال شده است. سازه حاضر تحت ۴۰ تکرار الگوریتم TLBO مورد بررسی قرار گرفت. برای این سازه ۱۰ دسته از نتایج حاصل از بررسی‌های عددی بهینه سازی گردآوری شده و در جدول (۱۲) ارائه شده است. از بین ۱۰ دسته پاسخ ارائه شده در جدول (۱۲) بهترین پاسخ انتخاب شده و در جدول (۱۳) با نتایج بهینه سازی حاصل از بررسی انجام شده با روش‌های مختلف بر روی این

جدول ۱۱- گروه بندی المانی خرابای ۲۵ المانی فضایی

شماره گروه المانی	(شماره المان: گره ابتدایی، گره انتهایی)	شماره گروه المانی	(شماره المان: گره ابتدایی، گره انتهایی)
۱	(۱: ۲)	۵	(۱۲: ۳)، (۱۳: ۶)، (۵)
۲	(۲: ۴)، (۳: ۳)، (۴: ۱)، (۵: ۲)، (۶: ۵)	۶	(۱۴: ۳)، (۱۵: ۶)، (۱۶: ۴)، (۱۷: ۵)، (۸)
۳	(۶: ۲)، (۷: ۵)، (۸: ۳)، (۹: ۱)، (۱۰: ۶)	۷	(۱۸: ۴)، (۱۹: ۳)، (۲۰: ۵)، (۲۱: ۶)، (۹)
۴	(۱۰: ۶)، (۱۱: ۵)، (۳)	۸	(۲۲: ۶)، (۲۳: ۳)، (۲۴: ۴)، (۲۵: ۵)، (۹)

جدول ۱۲- نتایج ۱۰ مورد از بهینه سازی‌های انجام شده بر روی خرابای ۲۵ المانی فضایی

گروه المانی	شماره عضو	سطح مقطع (cm^2)							
		بررسی ۱	بررسی ۲	بررسی ۳	بررسی ۴	بررسی ۵	بررسی ۶	بررسی ۷	بررسی ۸
۱	۱	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۱۲	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۶
۲	۲-۵	۱۳/۰۱	۱۳/۱۹	۱۲/۸۶	۱۲/۴۸	۱۲/۰۶	۱۲/۳۳	۱۲/۸۵	۱۱/۹۶
۳	۶-۹	۱۹/۳۵	۱۹/۳۶	۱۹/۳۵	۱۹/۵۳	۱۱/۸۶	۱۹/۳۷	۱۹/۴۶	۲۰/۰۸
۴	۱۰-۱۱	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۱۲	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۶
۵	۱۲-۱۳	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۱۲	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۶
۶	۱۴-۱۷	۴/۵۲	۴/۳۶	۴/۳۸	۴/۴۱	۵/۱۶	۴/۴۶	۴/۳۶	۴/۳۶
۷	۱۸-۲۱	۱۱/۶۷	۱۱/۵۸	۱۱/۵۸	۱۱/۶۴	۹/۲۲	۱۱/۷۵	۱۱/۳۲	۱۱/۳۳
۸	۲۲-۲۵	۱۸/۱۶	۱۸/۱۶	۱۸/۲۱	۱۸/۰۲	۲۲/۰۵	۱۷/۷۰	۱۷/۶۱	۱۷/۵۸
وزن (kg)		۲۵۶/۷۰۶	۲۵۶/۰۸۵	۲۵۵/۱۷۷	۲۵۴/۱۱۰	۲۵۴/۹۱۱	۲۵۲/۶۰۶	۲۵۱/۷۳۷	۲۵۰/۳۰۲
وزن میانگین (kg)		۲۵۲/۴۳۴							
تعداد تحلیل		۴۳۳۲	۴۳۳۲	۴۳۳۲	۴۳۳۲	۴۳۳۲	۴۳۳۲	۴۳۳۲	۴۳۳۲

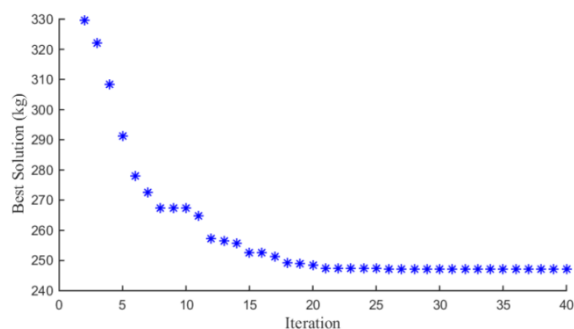


جدول ۱۳- مقایسه نتایج الگوریتم TLBO با دیگر روش‌ها بر روی خریای ۲۵ المانی فضایی

گروه المانی	شماره عضو	[۱۰] GA	[۲۲] HSHA	[۱۳] PSO	[۱۳] PSOPC	[۱۳] HPSO	[۲۳] ABC	[۴] ترکیب SSO و PSO	الگوریتم TLBO
۱	۱	۲/۵۸	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۷	۰/۰۶	۰/۰۶
۲	۲-۵	۱۲/۹۰	۱۲/۹۰	۱۲/۹۰	۱۲/۹۰	۱۲/۹۰	۱۲/۷۷	۱۲/۸۴	۱۲/۸۸
۳	۶-۹	۲۳/۲۳	۲۳/۲۳	۲۳/۲۳	۲۳/۲۳	۲۳/۲۳	۱۹/۳۷	۱۹/۲۸	۱۹/۲۹
۴	۱۰-۱۱	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۶
۵	۱۲-۱۳	۰/۰۶	۰/۰۶	۲/۵۸	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۶
۶	۱۴-۱۷	۵/۱۶	۵/۱۶	۵/۱۶	۵/۱۶	۵/۱۶	۴/۴۵	۴/۴۰	۴/۴۳
۷	۱۸-۲۱	۱۲/۹۰	۱۰/۳۲	۱۰/۳۲	۱۰/۳۲	۱۰/۳۲	۱۰/۸۳	۱۰/۸۲	۱۰/۸۳
۸	۲۲-۲۵	۱۵/۴۸	۱۵/۴۸	۱۵/۴۸	۱۵/۴۸	۱۵/۴۸	۱۷/۱۱	۱۷/۲۰	۱۷/۱۱
وزن (kg)		۲۶۸/۷۵۳	۲۵۴/۲۷۹	۲۵۴/۲۷۹	۲۵۴/۲۷۹	۲۵۴/۲۷۹	۲۴۷/۲۹۴	۲۴۷/۲۸۲	۲۴۷/۳۳۵
تعداد تحلیل		۴۰۰۰۰	۲۷۳۴۳ و ۷۱۳۰	۲۵۰۰۰	۲۵۰۰۰	۲۵۰۰۰	۵۰۰۰۰	۱۳۳۲۶	۴۵۶۰

۵- نتیجه گیری

در این پژوهش با استفاده از نسخه‌ای از الگوریتم TLBO مبنی بر الگوریتم TLBO اصلاح شده، بر اساس روش پیشنهادی توسط Rao [۸]، بهینه سازی وزن سازه‌های فولادی انجام شد. سازه‌های مورد بررسی شامل چهار خریای فولادی دارای ۱۰ تا ۲۵ المان بود که دو مورد از آنها خریای صفحه‌ای و دو مورد دیگر خریای فضایی بود. نتایج بررسی حاصل از الگوریتم TLBO با دیگر روش‌های بهینه سازی موجود در این پژوهش مقایسه شد. با توجه به بررسی انجام شده الگوریتم TLBO نسبت به روش‌های SSA [۱۴] و GA [۱۰] به ترتیب با ۰/۰۲۳٪ وزن کمتر و ۲۰/۲۷۹٪ وزن بیشتر، با ۸۰/۸۴۸٪ و ۷۶/۰۶٪ تعداد تحلیل کمتر و با ۲/۲۶۵٪ وزن بهینه کمتر و ۷۵/۶۹۵٪ تعداد تحلیل کمتر نسبت به میانگین مقادیر محاسباتی حاصل از دیگر روش‌های بهینه سازی خریای ۱۰ المانی را بهینه می‌کند. همچنین خریای ۱۵ المانی را نسبت به روش‌های MBA [۱۶] و WOA [۱۷] با ۲/۱۸۲٪ وزن بهینه کمتر، به ترتیب با ۳۷/۷۵۷٪ و ۴۸/۶۵٪ تعداد تحلیل سازه‌ای کمتر بهینه می‌کند. از طرفی الگوریتم TLBO نسبت به روش‌های PSOPC و HPSO [۲۱] به ترتیب با ۰/۱۰۹٪ و ۰/۱۰۸٪ وزن بهینه بیشتر اما با ۹۰/۸۹۸٪ و ۱۰/۵۸۸٪ تعداد تحلیل کمتر و همچنین با ۲/۹۶٪ وزن کمتر و ۹۰/۱۵۶٪ تعداد تحلیل کمتر نسبت به میانگین



شکل ۱۰- نمودار بهترین پاسخ در هر تکرار (خریای بیست و پنج المانی)

از جدول (۱۳) و نمودار شکل (۱۰) قابل مشاهده است که الگوریتم در تکرار ۲۱ پس از ۴۵۶۰ تحلیل سازه ای، وزن بهینه kg ۲۴۷/۳۳۵ را محاسبه می‌کند. در مقایسه با روش ABC [۲۳] و روش ترکیب روش‌های PSO و SSO [۴] به ترتیب با ۰/۰۱۶٪ و ۰/۰۲۱٪ وزن بهینه بیشتر و همچنین با ۹۰/۸۸۰٪ و ۶۵/۷۸۱٪ تعداد تحلیل سازه ای کمتر پاسخ بهینه را محاسبه می‌کند. از سویی با مقایسه نتایج الگوریتم حاضر با مقادیر میانگین حاصل از نتایج روش‌های موجود در مسئله حاضر مشخص می‌گردد که الگوریتم TLBO با ۲/۷۵۷٪ وزن بهینه کمتر و ۹۴/۷۶۳٪ تعداد تحلیل سازه ای کمتر به پاسخ بهینه می‌رسد که نشانگر کارایی خوب این الگوریتم است.



- [6] Hirschberg, O.H., (1967), "Analysis of the Future: the Delphi Method", Rand Corp, Santa Monica, Calif, pp. 3558-3560
- [7] Erol, O.K. and Eksin, I. (2006), "A New Optimization Method: Big Bang-Big Crunch", Journal of Advances in Engineering Software, Vol. 37, pp. 106-111.
- [8] Rao, V.R., Savsani, J.V. and Vakharia, P.V. (2011), "Teaching-Learning-based Optimization: a Novel Method for Constrained Mechanical Design Optimization Problems", Journal of Computer-Aided Design, Vol. 43, No. 3, pp. 303-315.
- [9] Camp, C.V. (2007), "Design of Space Trusses Using Big Bang-Big Crunch Optimization", International Journal of Structural Engineering, Vol. 133, No. 7, pp. 999-1008.
- [10] Wu, S.J. and Chow, P.T. (1995), "Steady-State Genetic Algorithms for Discrete Optimization of Trusses", International Journal of Computer and Structures, Vol. 56, No. 6, pp. 979-991.
- [11] Sonmez, M. (2011), "Discrete Optimum Design of Truss Structures Using Artificial Bee Colony Algorithm", Journal of Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol. 43, No. 1, pp. 85-97.
- [12] Camp, C.V. and Bichon, B.J. (2004), "Design of Space Trusses Using Ant Colony Optimization", International Journal of Structural Engineering, Vol. 130, No. 5, pp. 741-751.
- [13] Li, L. J., Huang, Z. B. and Liu, F. (2009), "A Heuristic Particle Swarm Optimization Method for Truss Structures with Discrete Variables", International Journal of Computer and Structures, Vol. 87, No. 7-8, pp. 435-443.
- [14] Li, H.S. and Ma, Y.Z. (2015), "Discrete Optimum Design for Truss Structures by Subset Simulation Algorithm", Journal of Aerospace Engineering, Vol. 28, No. 4, pp. 1414-1425.
- [15] Zhang, Y.N., Liu, J.P., Liu, B., Zhu, C.Y. and Li, Y. (2003), "Application of Improved Hybrid Genetic Algorithm to Optimize", Journal of South China University Technology, Vol. 33, No. 3, pp. 69-72.
- [16] Sadollah, A., Bahreininejad, A., Eskandar, H. and Hamdi, M. (2012), "Mine Blast Algorithm for Optimization of Truss Structures with Discrete Variables", International Journal of Computer and Structures, Vols. 102-103, pp. 49-61.
- [17] Mirjalili, S.A. and Lewis, A. (2016), "The Whale Optimization Algorithm", Journal of Advances in Engineering Software, Vol. 95, pp. 51-67.
- [18] Sheu, C. and Schmit, J.L. (1972), "Minimum weight Design of Elastic Redundant Trusses under Multiple Static Load Conditions", AIAA Journal, Vol. 10, No. 2, pp. 155-162.
- [19] Khan, M., Willmert, K. and Thornton, W. (1979), "An Optimality Criterion Method for Large-Scale Structures", AIAA Journal, Vol. 17, No. 7, pp. 753-761.
- [20] Lee, K.S. and Geem, Z.W. (2004), "A New Structural Optimization Method Based on the Harmony Search Algorithm", International Journal of Computer and Structures, Vol. 82, No. 9-10, pp. 781-798.
- [21] Li, L.J., Huang, Z.B., Liu, F. and Wu, Q.H. (2007), "A Heuristic Particle Swarm Optimizer for Optimization of Pin Connected Structures", International Journal of Computer and Structures, Vol. 85, No. 7-8, pp. 340-349.
- [22] Lee, K.S., Geem, Z.W., Lee, S.H. and Bae, K.W. (2005), "The Harmony Search Heuristic Algorithm for Discrete Structural Optimization", Journal of Engineering Optimization, Vol. 37, No. 7, pp. 663-684.
- [23] Sonmez, M. (2011), "Artificial Bee Colony Algorithm for Optimization of Truss Structures", Journal of Applied Soft Computing, Vol. 11, No. 2, pp. 2406-2418.

مقادیر محاسباتی حاصل از دیگر روش های بهینه سازی بررسی شده، خریای ۲۲ المانی را بهینه می کند. و همانطور که از نتایج قابل مشاهده است الگوریتم TLBO خریای ۲۵ المانی را نسبت به روش ABC [۲۳] و نسبت به روش ترکیب روش های PSO و SSO [۴]، به ترتیب با ۰/۰۱۶٪ و ۰/۰۲۱٪ وزن بهینه کمتر و همچنین به ترتیب با ۹۰/۸۸٪ و ۶۵/۷۸۱٪ تعداد تحلیل سازه ای کمتر، بهینه می کند. همچنین الگوریتم TLBO نسبت به میانگین مقادیر محاسباتی روش های بهینه سازی ارائه شده توسط دیگر پژوهشگران جهت بهینه سازی خریای ۲۵ المانی، با ۲/۷۵۷٪ وزن بهینه کمتر و همچنین ۹۴/۷۶۳٪ تعداد تحلیل سازه ای کمتر خریای مورد نظر را بهینه می کند. نتایج نشان داد که الگوریتم TLBO با کارایی خوبی عمل می کند و نسبت به سایر روش ها عملکرد خوبی در محاسبه وزن بهینه دارد. در بیشتر موارد این الگوریتم وزن بهینه محاسباتی بهتر (کمتر) از نتایج دیگر پژوهشگران داشته یا در برخی موارد در مقایسه با دیگر روش ها پاسخ بهینه با اختلاف کمی بیشتر از آنها داشت، این در حالی است که تعداد محاسبات سازه ای الگوریتم TLBO جهت دستیابی به بهترین پاسخ از تمامی روش های دیگر که در این پژوهش ذکر شده است، کمتر است. یک خواننده تیز بین در نظر دارد که به جهت آنکه الگوریتم TLBO دارای دو فاز محاسباتی است (فاز معلم و فاز دانش آموز) لذا تعداد محاسبات انجام شده در هر تکرار دو برابر دیگر الگوریتم های بهینه سازی است. الگوریتم حاضر به جهت پارامترهای کنترلی کم، چون بررسی میانگین داده ها و تعداد جمعیت و تعداد متغیر طراحی (بهینه سازی)، سرعت بالایی در محاسبه مقادیر بهینه دارد که مبین این ادعا، تعداد کم تکرار محاسبات سازه ای آن جهت محاسبه پاسخ بهینه است.

۶- مراجع

- [1] Adeli, H. and Kamal, O. (1986), "Efficient Optimization of Space Trusses", International Journal of Computer and Structures, Vol. 24, No. 3, pp. 501-511.
- [2] Holland, J. (1975), "Adaptation in Natural and Artificial Systems: an Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence", The University of Michigan Press, pp. 183.
- [3] Dorigo, M. (1992), "Optimization, Learning and Natural Algorithms", PhD Thesis, Dip. Electronica e Informazione Politecnico di Milano, Italy.
- [4] Kaveh, A., Bakhshpoori, T. and Afshari, E. (2014), "An Efficient Hybrid Particle Swarm and Swallow Swarm Optimization Algorithm", International Journal of Computer and Structures, Vol. 143, pp. 40-59.
- [5] Gellatly, R., Berke, L. and Gibson, W. (1971), "The Use of Optimality Criteria in Automated Structural Design", In:

