

بررسی تأثیر فاصله بین گل‌میخ‌های برشی روی عملکرد مشترک ورق فولادی و پانل بتنی در دیوارهای برشی مرکب

سیده فیروزه عسگری ارجنکی^۱، شمس‌الدین هاشمی^{۲*}

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی عمران، دانشگاه یاسوج، یاسوج

۲- استادیار، مهندسی عمران، دانشگاه یاسوج، یاسوج

* یاسوج، صندوق پستی ۷۴۹۳۴-۷۵۹۱۸، yu.ac.ir، hashemi@yu.ac.ir

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۱۱/۲۶، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۱۰/۰۹)

چکیده

در این مقاله به بررسی تأثیر فاصله بین گل‌میخ‌های برشی روی عملکرد ورق فولادی در دیوارهای برشی مرکب فولادی-بتنی پرداخته شده است. فاصله بین گل‌میخ‌های برشی یک پارامتر تأثیرگذار روی کماتش موضعی ورق فولادی و درصد عملکرد مشترک بین ورق فولادی و پانل بتنی در دیوارهای برشی مرکب فولادی-بتنی می‌باشد. دیوارهای برشی مرکب فولادی-بتنی از دیوار بتنی ضخیم با صفحات فولادی به عنوان تقویت‌کننده تشکیل شده اند. صفحات فولادی به وسیله گل‌میخ‌های برشی به پانل بتنی متصل می‌شوند. در دیوارهای برشی مرکب با تعداد گل‌میخ‌های برشی کافی، دیوار بتنی ورق فولادی را مهار کرده و از کماتش آن قبل از جاری شدن جلوگیری می‌کند. در نتیجه ورق فولادی با تسلیم شدن در برش در مقابل برش طبقات مقاومت می‌کند. ظرفیت تسلیم ورق فولادی تحت برش در دیوار برشی مرکب می‌تواند به طور قابل توجهی بیشتر از ورق فولادی معادل در دیوار برشی فولادی باشد. زیرا در دیوار برشی فولادی، ورق فولادی در اثر فشار قطری کماتش می‌کند و برش فقط توسط عمل ناحیه کششی، تحمل می‌گردد. در این پژوهش با استفاده از روش اجزاء محدود بار کماتشی الاستیک ورق فولادی متصل شده به یک طرف پانل بتنی مسلح تحت بار برشی بررسی شده است. حداکثر فاصله بین گل‌میخ‌های برشی برای جلوگیری از کماتش موضعی ورق فولادی قبل از جاری شدن با استفاده از ضرایب کماتش یک‌طرفه ورق فولادی محاسبه می‌شود. به دلیل اینکه وظیفه مهم و اصلی دیوار برشی مرکب فراهم کردن مقاومت و سختی برشی است، بنابراین تأثیر فاصله مختلف گل‌میخ‌های برشی روی درصد عملکرد کامپوزیت ورق فولادی و پانل بتنی و طول توسعه دیوار برشی مرکب فولادی-بتنی بررسی می‌شود. نتایج بدست آمده با نتایج حاصل از آیین‌نامه AISC 2010 مقایسه شده و پیشنهاداتی ارائه شده است.

واژگان کلیدی

دیوار برشی مرکب فولادی-بتنی، ورق فولادی، گل‌میخ برشی، عملکرد مشترک، کماتش موضعی

Investigation of the Effect of Shear Studs Spacing on the Steel Plate Action in Steel Concrete Composite Shear Walls

S. Firoozeh Asgari, S. Hashemi

Abstract

In this paper, the effect of shear studs spacing on the steel plate action in steel concrete composite shear walls is investigated. Shear studs spacing is an effective factor affecting local buckling of steel plate and the level of composite action between steel plate and concrete infill in composite steel-concrete shear walls. Steel concrete composite shear walls consist of thick concrete walls with exterior steel faceplates which serve as reinforcement. The steel faceplates are anchored to the concrete infill using shear studs. In a composite shear wall with enough shear studs, the concrete wall restrains the steel plate and prevents its buckling before it yields. As a result, the steel plate resists the story shear by yielding in shear. The shear yield capacity of steel plate can be significantly greater than its capacity to resist shear in the yielding of a diagonal tension field. In this study, a finite element method is used to investigate the elastic buckling load of a steel plate bolted to one side of a reinforced concrete panel under shear loading. Using the steel plate unilateral buckling coefficients, the maximum shear studs spacing which prevents local buckling before yielding is calculated. Since the main role of a composite shear wall is to provide shear strength and stiffness, the effect of different shear stud spacings on the level of composite action between the steel plates and concrete infill and the development length of a steel concrete composite wall is investigated. Comparing the results with those obtained by AISC 2010, some suggestions are presented.

Keywords

Composite shear wall, Shear studs, Steel plate, Composite action, Local buckling

نشریه علمی و پژوهشی سازه و فولاد ۱۹/

دیوارهای برشی تقویت شده با صفحات فولادینا دیوار برشی مرکب فولادی-بتنی ترکیبی از صفحات فولادی و پانل‌های بتنی می‌باشند که با ابزارهای مکانیکی مناسبی مانند گل‌میخ‌ها، ناودانی‌ها یا نبشی بهم متصل می‌شوند. کاربرد این سیستم در سازه‌هایی است که نیروی برشی خیلی بزرگ دارند و ضخامت‌های بدست‌آمده برای دیوار برشی بتنی، با روابط متداول، خیلی زیاد، غیر اقتصادی و برای معماری سازه مشکل‌ساز می‌باشد. مهمترین نقش صفحات فولادی ایجاد سختی و شکل‌پذیری و مهمترین نقش بتن جلوگیری از کمناش صفحات می‌باشد [۱].

اتصال‌دهنده‌های برشی از جمله گل‌میخ‌ها، تأثیر قابل توجهی روی رفتار دیوارهای برشی مرکب فولادی-بتنی می‌گذارند. به دلیل اینکه فاصله‌ی گل‌میخ‌های برشی تعیین‌کننده کمناش ورق فولادی و همچنین درصد عملکرد مشترک بین ورق فولادی و پانل بتنی می‌باشد، این فاصله را باید طوری تعیین کرد که هم به درصد مطلوبی از عملکرد مشترک رسید و هم از کمناش موضعی ورق قبل از جاری شدن جلوگیری کرد [۲].

برای ۴ دهه‌ی گذشته سیستم دیواربرشی ورق فولادینا (SPSW)^۱ بعنوان سیستم مقاوم جانبی در ساختمان‌های بلند استفاده شده است. برای بهبود رفتار این دیوارها باید از کمناش ورق فولادی جلوگیری شود که می‌توان این کار را با افزایش ضخامت ورق و یا با استفاده از سخت‌کننده در یک یا دو طرف دیوارها انجام داد که این اقدام از لحاظ اقتصادی مقرون بصره نمی‌باشد. در سال ۱۹۹۸ دیواربرشی کامپوزیت (CSPSW)^۲ ترکیب شده از ورق‌های فولادی سخت‌شده با یک پانل بتن مسلح معرفی شد.

ورق فولادی با گل‌میخ‌ها به بتن مسلح متصل می‌شود و گل‌میخ‌ها وظیفه‌ی مهم و اصلی را در جلوگیری از کمناش ورق بازی می‌کنند. نکته‌ی مهم در مورد این دیوارها تماس بین ورق فولادی و دیوار بتنی است [۳].

Smith و همکارانش کمناش الاستیک یکطرفه ورق مستطیلی مقید را در برش خالص مورد مطالعه قرار دادند. آنها برای بررسی رفتار ورق فولادی روی یک فونداسیون بتنی صلب، با استفاده از روش ریلی-ریتز ضرایب کمناش الاستیک یکطرفه ورق‌ها را برای شرایط تکیه‌گاهی و نسبت ابعاد ورق محاسبه کردند [۴].

Smith و همکارانش همچنین با روشهای تئوری و

آزمایشگاهی کمناش محلی ورق‌های متصل شده به طرفین تیرهای بتنی مسلح را تحت فشار، خمش و برش مورد مطالعه قرار دادند. به علت مسأله‌تماس، تیرهای بتنی، صلب در نظر گرفته شدند. آنها نشان دادند که پاسخ‌های حاصل از روش تئوری با نتایج آزمایشگاهی سازگاری دارد [۵ و ۶].

مطالعات دیگری در دانشگاه برکلی توسط Astaneh-Asl و همکارانش در طی سال‌های ۱۹۹۸ و ۲۰۰۱ بر روی دیوار برشی فولادی معمولی و دیوار برشی مرکب فولادی-بتنی انجام شده و دو دیوار برشی مرکب که در میان قاب خمشی قرار گرفته بودند، با هم مقایسه شدند [۷ و ۸]. تفاوت این دو دیوار در این بود که در یکی از این دو دیوار یک درز بین دیوار بتنی و تیرها و ستون‌های اطراف پانل وجود داشت. آنها دو نوع دیوار برشی مرکب بدون درز و با درز را تحت بار چرخه‌ای مورد آزمایش قرار دادند. همین تفاوت ناچیز باعث تفاوت قابل توجهی در عملکرد دیوار همانند شکل‌پذیری و کاهش آسیب‌پذیری شد و دیده شد که در سیستم دیوار برشی با درز، آسیب به دیوار بتنی تحت بارگذاری چرخه‌ای نسبتاً بزرگ از آسیب به دیوار بتنی در سیستم دیوار برشی مرکب بدون درز خیلی کمتر است.

Rahai و Hatami آزمایشات تجربی و تحلیلی روی دیوار برشی یک طبقه مرکب فولادی، بتنی با استفاده از پارامترهای مختلف انجام دادند. آنها به این نتیجه رسیدند که با افزایش فاصله بین گل‌میخ‌های برشی شیب منحنی بار-تغییر مکان کاهش می‌یابد و با داشتن فاصله‌ی مناسبی از گل‌میخ‌ها انعطاف‌پذیری سیستم بهبود می‌یابد [۹].

Rahnavard و همکارانش مطالعات تجربی روی چند نمونه دیوار برشی مرکب برای بررسی پارامترهای مهم و تأثیرگذار روی رفتار این دیوارها انجام دادند. آنها با مقایسه نتایج بدست آمده مشاهده کردند که سختی جانبی سیستم با تغییر فاصله بین گل‌میخ‌های برشی و ضخامت کاور بتنی تغییری نمی‌کند. همچنین نتایج عددی بدست آمده نشان دادند که احتمال کمناش ورق فولادی با افزایش ضخامت بتن کاهش می‌یابد و انرژی اتلاف شده با کاهش فاصله بین گل‌میخ‌های برشی و ضخامت کاور بتنی افزایش می‌یابد [۱۰].

Zhou و Cheng مطالعات تجربی بر روی ده نمونه دیوار برشی مرکب با دو ورق فولادی و بتن پرکننده انجام دادند. نمونه‌ها با فاصله مختلف میلگردهای متصل‌کننده تحت نیروهای فشاری محوری و بارهای جانبی چرخه‌ای مورد آزمایش قرار گرفتند. آنها به این نتیجه رسیدند که هرچه قدر

فاصله‌ی بین میلگردهای متصل‌کننده کاهش یابد، مقدار اتلاف انرژی افزایش قابل توجهی داشته و تأثیر قابل توجهی بر روی ظرفیت برشی و شکل‌پذیری سیستم داشته و مکانیزم مقاومتی بهبود می‌یابد [۱۱].

Zheng و همکارانش مطالعات تجربی و تحلیلی برای بررسی رفتار فشاری محوری دیوارهای برشی مرکب فولادی-بتنی با اشکال مختلف ورق‌های فولادی انجام دادند. آنها با توجه به کمناش موضعی ورق فولادی و بتن محصور رابطه‌ای برای فشار محوری دیوارهای برشی مرکب مطرح کردند. همچنین آنها به این نتیجه رسیدند که اشکال مختلف ورق فولادی تأثیر مهمی روی کمناش آن و اثر مهاري بتن دارد و همچنین می‌تواند بر ظرفیت باربری فشاری محوری دیوار برشی مرکب تأثیر داشته باشد [۱۲].

Zheng آزمایشات فشاری محوری روی پایداری موضعی دیوارهای برشی مرکب با دو ورق فولادی نازک انجام داد و رابطه‌ای تئوری برای کمناش الاستیک ورق فولادی بدست آورد [۱۳].

Akiyama و همکارانش در سال ۱۹۹۱ [۱۴]، Usami و همکارانش در سال ۱۹۹۵ [۱۵]، Kanchi و همکارانش در سال ۱۹۹۶ [۱۶] و Choi و Han در سال ۲۰۰۹ [۱۷] برای محاسبه‌ی فاصله‌ی بین گل‌میخ‌ها فقط به بار کمناش محوری ورق‌ها توجه کردند و به این نتیجه رسیدند که ورق دیوار برشی مرکب همانند یک ستون یک سر مفصل یک سر گیردار با ضریب طول مؤثر 0.7 عمل می‌کند آنها نتایج حاصل از کار آزمایشگاهی خود را با منحنی اوپلر ستون‌ها مقایسه کردند.

بنابراین در هیچ یک از مطالعات انجام شده برای محاسبه‌ی فاصله‌ی بین گل‌میخ‌ها در دیوار برشی مرکب از بار کمناش یک‌طرفه ورق فولادی با چند پیچ در میان آن استفاده نشده و حتی در بعضی از آنها ورق فولادی بصورت ستون تحت فشار مدل‌سازی شده است.

در این مقاله کمناش موضعی ورق فولادی و درصد عملکرد مشترک بین پانل بتنی و ورق فولادی در دیوارهای مرکب بررسی می‌شود. در مورد این دیوارها فاصله‌ی بین گل‌میخ‌های برشی بگونه‌ای تعیین می‌شود که هم از کمناش موضعی ورق فولادی قبل از جاری شدن جلوگیری شود و هم به درصد بیشتری از عملکرد مشترک بین پانل بتنی و ورق فولادی رسید.

۲- روش مدل‌سازی عناصر دیوار برشی مرکب فولادی-بتنی

مشخصات مصالح اجزای دیوار برشی مرکب به ترتیب فولاد St37 با رفتار الاستو پلاستیک، بتن ۳۲ مگا پاسکال با رفتار الاستیک به همراه بتن پلاستیسته آسیب‌دیده^۳ (CDP) و گل‌میخ برشی S400 با رفتار الاستو پلاستیک می‌باشند. نحوه‌ی بارگذاری اینگونه است که برای محاسبه ضرایب کمناش الاستیک یک‌طرفه، ورق فولادی تحت بار لبه پوسته^۴ به صورت برش یکنواخت قرار گرفته و از تحلیل خطی استاتیکی در این قسمت استفاده می‌شود.

سپس برای بررسی وضعیت عملکرد مشترک بین ورق فولادی و پانل بتنی در طول توسعه‌های مختلف، بار فشاری بصورت یکنواخت بالای پانل بتنی وارد شده و از تحلیل دینامیکی ضمنی^۵ استفاده می‌شود (شکل (۱)).

ابتدا با صلب فرض کردن پانل بتنی، ضرایب کمناش برشی یک‌طرفه ورق فولادی با تعداد گل‌میخ‌های مختلف پرداخته تعیین می‌شود. برای این منظور ورق فولادی با استفاده از المان پوسته^۶ و ورق صلب از دستور جسم صلب مش‌بندی شده^۷ و گل‌میخ‌های برشی با استفاده از المان سه بعدی^۸ مدل‌سازی می‌شوند.

ورق فولادی در یک طرف ورق صلب مونتاژ شده و در مکان‌هایی که گل‌میخ‌های برشی وجود دارند، تکیه‌گاه مفصلی قرار داده می‌شود؛ زیرا گل‌میخ عملکردی مشابه تکیه‌گاه مفصلی دارد. چهار لبه‌ی ورق فولادی بار برشی و تکیه‌گاه مفصلی قرار داده شده است. ضرایب کمناش برشی یک‌طرفه با نسبت ابعاد مختلف ورق فولادی و تعداد گل‌میخ‌های برشی مختلف بررسی شده است.

در قسمت بعدی این پژوهش برای بررسی عملکرد مشترک ورق فولادی و پانل بتنی تحلیل غیرخطی دیوار برشی مرکب انجام می‌شود. برای سادگی از تقارن استفاده شده و در نتیجه تنها نیمی از ضخامت پانل بتنی و یک ورق فولادی در یک طرف آن مدل‌سازی شده‌اند. پانل بتنی و گل‌میخ‌های برشی با المان سه بعدی و ورق فولادی با المان پوسته مدل‌سازی شده‌اند.

مش‌بندی بتن از نوع المان ۳ بعدی مکعبی ۸ گرهی با نام C3D8R، مش‌بندی ورق فولادی از نوع المان مربعی ۴ گرهیبا نام S4R و مش‌بندی گل‌میخ برشی در قسمت غیرخطی این پژوهش بصورت المان ۴ وجهی درجه دوم ۱۰ گرهی C3D10 و از نوع خطی^۹ تعریف شده است. سپس ورق فولادی در یک طرف پانل بتنی مونتاژ^{۱۰} می‌شود و گل‌میخ‌های برشی در مکان‌های مشخص قرار داده می‌شوند. در مرحله‌ی بعدی



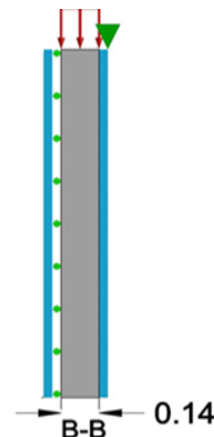
مدل سازی برای جلوگیری از فرو رفتن ورق فولادی در پانل بتنی از دستور تماس صلب^{۱۱} بین سطح پانل بتنی و ورق فولادی استفاده شده است.

بعد از آن گل میخ های برشی با استفاده از دستور مدفون کردن^{۱۲} در پانل بتنی جاسازی شده اند و در مرحله ی بعدی یک سر گل میخ های برشی به ورق فولادی بسته^{۱۳} شده و سر دیگر آن در پانل بتنی مدفون شده است. در این مدل تنش محوری در سطح بالایی پانل بتنی قرار گرفته و در لبه ی بالایی ورق فولادی تکیه گاه مفصلی قرار داده می شود که با این کار پانل بتنی که هیچ تکیه گاهی ندارد به ورق فولادی متصل شده و از حرکت صلب^{۱۴} آن جلوگیری بعمل می آید.

همچنین برای در نظر گرفتن تقارن در دیوار برشی مرکب در سطحی از بتن که موازی با ورق فولادی بوده ولی در تماس با آن نیست، جابجایی عمود بر صفحه بسته شده است. در شکل (۱) تصویری دو بعدی از دیوار برشی مرکب آورده شده است که نوع بارگذاری و تکیه گاه در لبه ی بالایی ورق فولادی و سطحی از بتن که موازی ورق فولادی بوده و در تماس با آن نیست نمایش داده شده است.

از این مدل سازی دو هدف دنبال شده است:

- ۱- بررسی وضعیت عملکرد مشترک بین ورق فولادی و پانل بتنی با فواصل مختلف گل میخ های برشی.
- ۲- بررسی عملکرد مشترک بین ورق فولادی و پانل بتنی برای طول توسعه های مختلف

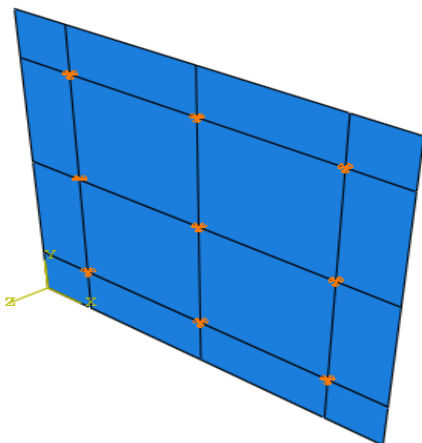


شکل ۱- نمایش یک دیوار برشی مرکب تحت بارگذاری

۲- مدل سازی عددی

در این بخش، به ارائه مدل های ساخته شده در این پژوهش و نتایج مربوط به هر مدل پرداخته می شود.

۳-۱- تعیین ضرایب کمانش یکطرفه ورق فولادی در دیوار برشی با نسبت ابعاد و تعداد گل میخ های برشی مختلف
برای این منظور در نرم افزار آباکوس ابتدا ورق های فولادی با نسبت ابعاد ۱، ۱/۲، ۱/۵، ۱/۸ و ۲ با استفاده از المان پوسته و یک ورق صلب با استفاده از المان سه بعدی مدل سازی شده است. ورق فولادی در یک سمت ورق صلب مونتاژ می شود. این ورق فولادی از چهار طرف تحت بار برشی قرار گرفته شده است. تکیه گاه چهار لبه ورق فولادی از نوع مفصلی می باشد. در این مدل در مکان هایی که لازم است گل میخ برشی قرار گیرد تکیه گاه مفصلی نقطه ای قرار داده شده است، زیرا تکیه گاه مفصلی عملکردی مشابه عملکرد گل میخ برشی را دارا می باشد. ضخامت ورق فولادی ۲ سانتیمتر و مدول الاستیسیته فولاد نرمه ساختمانی ۲۱۰ گیگا پاسکال در نظر گرفته شده است. شکل (۲) نمونه ای از ورق فولادی با نه گل میخ برشی می باشد.



شکل ۲- یک ورق فولادی مدل شده با نه گل میخ برشی

نتایج ضرایب کمانش یکطرفه ورق فولادی تحت بار برشی با نسبت ابعاد مختلف (a/b) و تعداد گل میخ های مختلف (N) در جدول (۱) و شکل (۳) نمایش داده شده اند.

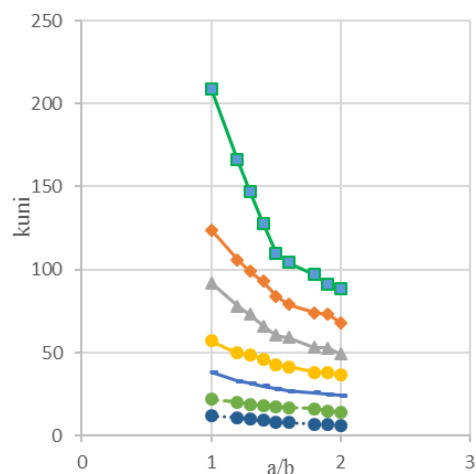
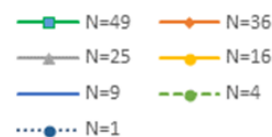
۴- بررسی تاثیر فاصله ی گل میخ های برشی بر روی عملکرد مشترک ورق فولادی و پانل بتنی

در این قسمت، عملکرد مشترک ورق فولادی و پانل بتنی بررسی می شود. در دیوارهای برشی مرکب موجود در یک ساختمان، ورق های فولادی طبقات و دهانه های مختلف ممکن است در راستای افقی یا قائم کاملاً پیوسته نباشند؛ بنابراین فاصله ی گل میخ های برشی باید به گونه ای تعیین شود که در طول توسعه مناسب (L_d) عملکرد مشترک ورق فولادی و پانل

بتنی درصد قابل توجهی داشته باشد.

جدول ۱- ضرایب کمناش یکطرفه ورق فولادی تحت بار برشی با نسبت ابعاد (a/b) و تعداد گل‌میخ‌های مختلف (N)

K_{uni}	K_{uni}	N
$a/b=1$	$a/b=2$	
۱۲/۰۲۱	۵/۹۹۵	۱
۲۱/۸۷۰	۱۴/۰۲۱	۴
۳۸/۰۱۱	۲۴/۱۲۱	۹
۵۶/۹۸۰	۳۶/۹۵۱	۱۶
۹۲/۱۲۱	۴۹/۲۱۳	۲۵
۱۲۴/۰۵۰	۶۷/۹۹۱	۳۶
۲۰۸/۹۸۰	۸۸/۲۱۸	۴۹



شکل ۳- دیاگرام مربوط به ضرایب کمناش یکطرفه ورق فولادی با نسبت ابعاد و تعداد گل‌میخ‌های مختلف

در این بخش ابتدا فاصله‌ی نظیر گل‌میخ‌ها به نحوی که کمناش و تسلیم برشی برشی در ورق فولادی همزمان اتفاق بیفتد، نمایش داده شده و فاصله‌ی نظیر کمناش برای معیار کمناش موضعی (LB) تعیین شده و سپس به موضوع اصلی این قسمت یعنی بررسی تأثیر فاصله‌ی گل‌میخ‌های برشی بر روی عملکرد مشترک بین ورق فولادی و پانل بتنی پرداخته می‌شود.

۴-۱- محاسبه فاصله‌ی نظیر کمناش گل‌میخ‌های برشی در ورق فولادی

در این قسمت به محاسبه فاصله‌ی نظیر کمناش گل‌میخ‌های برشی پرداخته شده است. فاصله‌ی نظیر کمناش به فاصله‌ای از گل‌میخ‌ها گفته می‌شود که در آن کمناش و تسلیم ورق فولادی در برش بطور همزمان اتفاق می‌افتد. در ادامه مراحل انجام شده برای محاسبه فاصله‌ی نظیر کمناش توضیح داده شده است. تنش کمناشی بحرانی الاستیک برای یک ورق فولادی تحت برش خالص عبارت است از:

$$\tau_{cr} = K_{xy} \frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)(b/t_p)^2} \quad (1)$$

که در آن، τ_{cr} تنش نظیر کمناش برشی الاستیک، K_{xy} ضریب کمناش برشی الاستیک، t_p ضخامت ورق فولادی، b عرض ورق فولادی و ν ضریب پواسون می‌باشد. در صورتی که فاصله‌ی بین گل‌میخ‌های برشی s و فاصله‌ی گل‌میخ‌های کناری تا لبه‌ی دیوار برابر $s/2$ باشد عرض دیوار برابر است با:

$$b = ns \quad (2)$$

که n تعداد گل‌میخ‌های برشی در راستای عرض ورق فولادی می‌باشد. تنش تسلیم ورق فولادی در برش خالص برابر است با [۱۴]:

$$\tau_y = \frac{F_y}{\sqrt{3}} \quad (3)$$

که در آن F_y تنش تسلیم ورق فولادی تحت تنش محوری است. در صورتی که تحت برش، تسلیم و کمناش همزمان اتفاق بیفتد رابطه‌ی زیر برقرار است:

$$\tau_{cr} = \tau_y \quad (4)$$

در این صورت با استفاده از رابطه (۳) و بافرض $\epsilon_y = F_y/E$ می‌توان نوشت:

$$\frac{\epsilon_{cr}}{\epsilon_y} = \frac{\tau_{cr}}{F_y} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (5)$$

که در آن ϵ_{cr} کرنش نظیر کمناش برشی الاستیک و ϵ_y کرنش تسلیم تحت تنش محوری است.

از روابط (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$\frac{\epsilon_{cr}}{\epsilon_y} = \frac{K_{xy}}{n^2} \frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{1}{\left(\frac{s}{t_p} \sqrt{\frac{F_y}{E}}\right)^2} \quad (6)$$

n تعداد گل‌میخ‌های برشی در راستای عرض ورق فولادی، s فاصله‌ی بین گل‌میخ‌های برشی، E مدول الاستیسیته ورق فولادی و t_p ضخامت ورق فولادی می‌باشد.

به عنوان مثال برای دو نمونه مدل با تعداد گل‌میخ‌های برشی ۳۶ و ۴۹ با استفاده از رابطه (۶) منحنی کرنش بحرانی نرمال‌شده $(\epsilon_{cr}/\epsilon_y)$ نسبت به لاغری نرمال‌شده $(S/t_p) \times \sqrt{F_y/E}$ رسم

جدول ۲- مشخصات فیزیکی ورق فولادی

ν	E (MPa)	F_y (MPa)
۰/۳	۲۱۰۰۰	۲۴۰۰

جدول ۳- مقادیر لاغری S/t_p و فاصله‌ی نظیر کمانش گل‌میخ‌های

برشی برای دیوار با $\frac{a}{b}=1$

S (cm)	S/t_p	K_{xy}	N
۳۴/۹۶	۲۷/۵۳	۲۱/۸۷۰	۴
۳۰/۷۳	۲۴/۲۰	۳۸/۰۱۱	۹
۲۸/۲۱	۲۲/۲۲	۵۶/۹۸۰	۱۶
۲۸/۷۱	۲۲/۶۱	۹۲/۱۲۱	۲۵
۲۷/۷۶	۲۱/۸۶	۱۲۴/۰۵۰	۳۶
۳۰/۸۸	۲۴/۳۲	۲۰۸/۹۸۰	۴۹

۲-۴- مثال برای تعیین فاصله‌ی بین گل‌میخ‌ها براساس معیار

کمانش موضعی (LB)

همانطور که قبلاً هم اشاره شد فاصله‌ی نظیر کمانش فاصله‌ای است که در آن کمانش و تسلیم برش همزمان اتفاق می‌افتد (رابطه (۴)). به عنوان مثال فرض کنید هدف تعیین فاصله‌ی نظیر کمانش برای یک ورق با ابعاد ۲/۱ در ۲/۱ متر مربع و ضخامت و مشخصات فیزیکی قسمت ۴-۱ باشد.

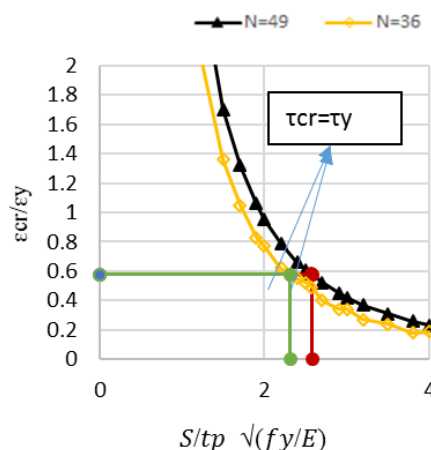
در مرحله‌ی اول فرض می‌شود که ۴ گل‌میخ برشی وجود داشته باشد. با استفاده از مقادیر جدول (۳) که برای دیوار مربعی تنظیم شده مسئله دنبال می‌شود. سپس بررسی می‌شود که آیا n_s برای این تعداد گل‌میخ برشی برابر ابعاد ورق می‌باشد یا خیر. اگر برابر شوند یا تفاوت زیاد نداشته باشند، می‌توان نتیجه گرفت که فاصله‌ی محاسبه شده درست می‌باشد در غیر اینصورت مسئله باید با تعداد گل‌میخ‌های برشی بیشتری بررسی شود. در حالتی که چهار گل‌میخ برشی داشته باشیم بر اساس جدول (۳) داریم:

$$\frac{S}{t_p} = 27.53$$

با فرض $t_p = 0.0127$ مقدار فاصله‌ی گل‌میخ‌های برشی عبارت است از:

$$\frac{S}{t_p} = 27.53 \rightarrow S = 27.53 \times 0.0127 = 0.3496 \text{ m}$$

شده است. به این صورت که با در نظر گرفتن مقادیر مختلف برای کرنش بحرانی نرمال شده و داشتن مقادیر مشخص n, K_{xy} و مقدار لاغری نرمال شده محاسبه می‌شود. سپس برای محاسبه‌ی مشخصات نقاطی از این دو منحنی که در آنها کمانش و تسلیم در برش همزمان اتفاق می‌افتد با در نظر گرفتن کرنش بحرانی نرمال شده برابر $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ، پارامتر لاغری نرمال شده محاسبه می‌شود. همانطور که در شکل (۴) نمایش داده شده است در نقاط محاسبه شده کمانش و تسلیم در برش همزمان اتفاق می‌افتد.



شکل ۴- دیاگرام مربوط به نحوه تعیین نسبت لاغری - که در آن کمانش و تسلیم برشی همزمان رخ می‌دهد.

با برابر قرار دادن سمت راست روابط (۵) و (۶) و همچنین قرار دادن مشخصات فیزیکی ورق فولادی از جدول (۲)، مقادیر ضرایب کمانش برشی یک‌طرفه الاستیک از جدول (۱) برای ورق‌های فولادی با نسبت طول به عرض یک ($\frac{a}{b}=1$) و ضخامت $t_p = 12/7 \text{ mm}$ ، نسبت‌های لاغری S/t_p و فاصله نظیر کمانش s ، که در آنها کمانش و تسلیم برشی همزمان اتفاق می‌افتند، برای تعداد گل‌میخ‌های مختلف محاسبه شده و در جدول (۳) نمایش داده شده است. لازم به ذکر است که در صورتی مقادیر جدول (۳) پاسخ مورد نظر می‌باشند که ورق فولادی، مربعی با ابعاد $b = n_s$ باشد. در جدول (۳)، تعداد کل گل‌میخ‌های برشی استفاده شده در دیوار برشی مرکب فولادی- بتنی می‌باشد.

$$N = n^2 \quad (7)$$



پس عرض ورق به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$b = ns = 2 \times 34.96 = 69.92 \text{ cm}$$

مقدار محاسبه شده اختلاف زیادی با عرض ورق دارد مراحل بصورت بالا برای تعداد گل‌میخ‌های دیگر هم انجام می‌شود و در نهایت برای ۴۹ گل‌میخ برشی:

$$\frac{S}{t_p} = 24.32$$

$$\frac{S}{t_p} = 24.32 \rightarrow S = 24.32 \times 0.0127 = 0.3088 \text{ m}$$

$$b = ns = 7 \times 30.88 = 216 \text{ cm}$$

بنابراین عرض ورق برای ۴۹ گل‌میخ برشی مطلوب‌ترین نتیجه می‌باشد که نسبت به عرض‌های محاسبه شده قبلی اختلاف کمتری با عرض ورق دارد. بنابراین فاصله‌ی محاسبه شده برای ۴۹ گل‌میخ برشی ($s = 0.3088 \text{ mm}$) همان فاصله‌ی نظیر کمناش است که برای معیار کمناش موضعی در ورق فولادی استفاده می‌شود.

۳-۴- ضوابط آیین‌نامه‌ای برای جلوگیری از کمناش موضعی ورق فولادی

در مقررات لرزه‌ای آیین‌نامه AISC 2010 [۱] توصیه شده است که برای دیوارهای برشی کامپوزیتی که پانل بتنی فقط در یک طرف صفحات فولادی قرار دارد برای اطمینان از تسلیم ورق فولادی قبل از کمناش موضعی بین گل‌میخ‌های برشی نسبت s/t با استفاده از معادله زیر محاسبه شود.

$$\frac{s}{t} \leq 1.1 \sqrt{\frac{k_v E}{F_y}} \quad (۸)$$

در رابطه (۸) مقدار k_v از رابطه (۹) محاسبه می‌شود.

$$k_v = 5 + \frac{5}{\left(\frac{a}{b}\right)^2} \quad (۹)$$

پارامترهای استفاده شده در روابط (۸) و (۹) عبارتند از:

فاصله‌ی بین گل‌میخ‌های برشی، t ضخامت ورق فولادی، k ضریب کمناش الاستیک، E مدول الاستیسیته فولاد، a طول ورق فولادی و b عرض ورق فولادی می‌باشد.

۴-۴- مقایسه فاصله نظیر کمناش محاسبه شده با فاصله نظیر کمناش آیین‌نامه

جدول (۴) فاصله نظیر کمناش گل‌میخ‌ها حاصل از تحقیق حاضر را در مقایسه با مقدار تعیین شده از آیین‌نامه نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که آیین‌نامه برآورد خوبی از فاصله بین

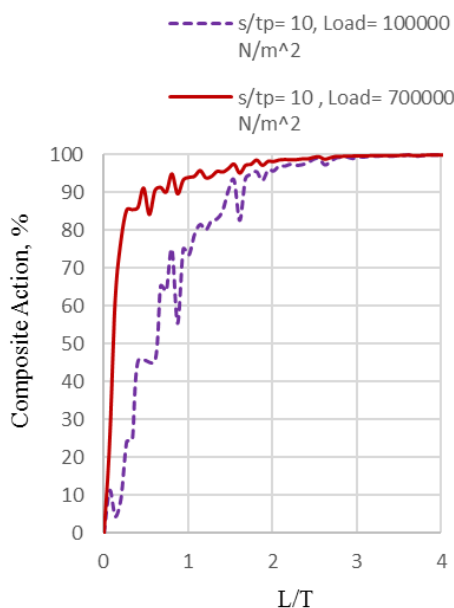
گل‌میخ‌های برشی ارائه نمی‌دهد و باید در تعیین این فاصله تجدیدنظر کرد.

جدول ۴- مقادیر فاصله نظیر کمناش محاسبه شده و آیین‌نامه‌ای

S	فاصله نظیر کمناش محاسبه شده در تحقیق حاضر	فاصله نظیر کمناش آیین‌نامه (AISC 2010)
	۰/۳۰۸۸ (m)	۰/۴۱ (m)

۵-۴- بررسی تأثیر فاصله‌ی گل‌میخ‌های برشی (S) بر روی عملکرد مشترک بین ورق فولادی و پانل بتنی

در این بخش، به بررسی تأثیر فواصل مختلف گل‌میخ‌های برشی بر روی عملکرد مشترک بین ورق فولادی و پانل بتنی پرداخته می‌شود. مدل‌ها برای نسبت لاغری (s/t_p) ۱۰، ۱۶ و ۲۰ ساخته شده‌اند که در شکل‌های (۵) و (۶) درصد عملکرد مشترک برای هر مدل تحت بارهای 100 kN/m^2 و 700 kN/m^2 بررسی شده است. اختلال‌هایی که در امتداد منحنی‌ها می‌باشند به علت این است که در نقاطی که پیچ وجود دارد کرنش‌ها بصورت ناگهانی در آن نقاط بهم نزدیک می‌شوند.

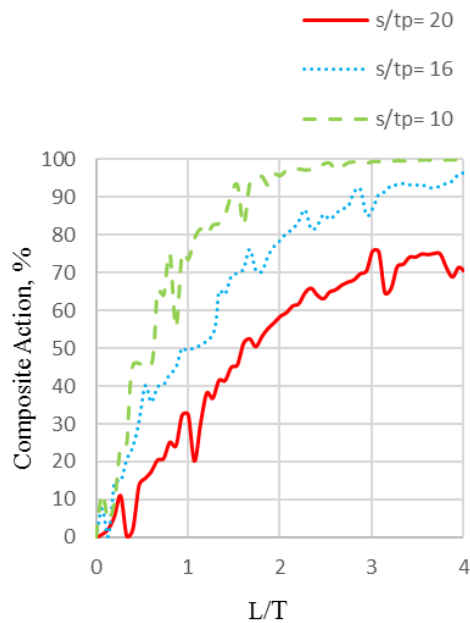


شکل ۵- مقایسه وضعیت عملکرد مشترک در حالت الاستیک و

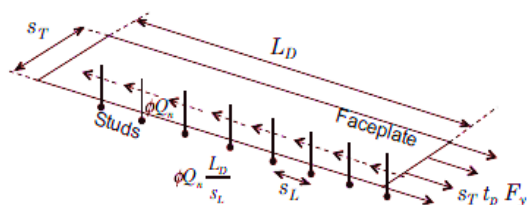
پلاستیک با نسبت لاغری $s/t_p = 10$

با بارگذاری 100 kN/m^2 اکثر قسمت‌های مدل در مرحله الاستیک باقی ماندند ولی با بارگذاری 700 kN/m^2 بعضی از قسمت‌ها وارد محدوده پلاستیک شدند. ضخامت ورق فولادی برای این مدل‌ها $1/27$ سانتیمتر، ضخامت بتن 14 سانتیمتر و قطر گل‌میخ‌های برشی 1 سانتیمتر در نظر گرفته شده‌اند. نتایج نشان

می‌دهد در بار بیشتر عملکرد مشترک در فاصله کوتاهتری اتفاق می‌افتد. در نمودارهای بعدی عملکرد مشترک تحت بار 100 kN/m^2 بررسی شده است.



شکل ۷- مقایسه وضعیت عملکرد مشترک با فواصل مختلف گل‌میخ برشی

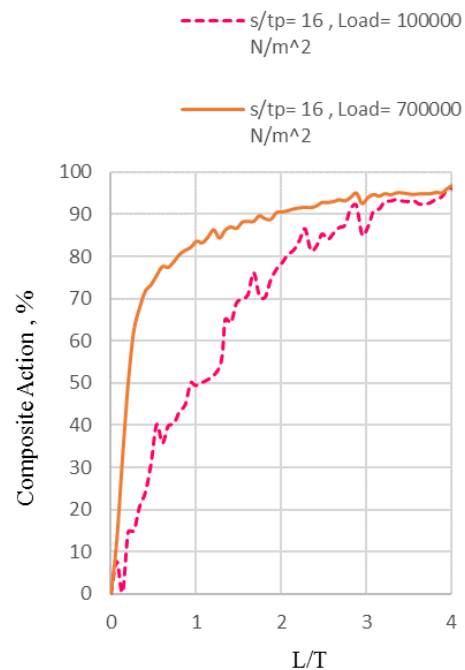


شکل ۸- نمایش طول توسعه ورق فولادی در دیوار برشی مرکب [۲]
فولادی در دیوارهای برشی مرکب از رابطه (۱۰) استفاده می‌شود [۲].

$$\phi Q_n \frac{L_d}{S_L} \geq S_T t_p F_y \quad (10)$$

پارامترهای استفاده شده در رابطه (۱۰) عبارتند از:
 Q_n : ظرفیت برشی یک گل‌میخ برشی می‌باشد که توسط معادلات ارائه شده در آیین‌نامه AISC 2010 [۱] محاسبه می‌شود، ϕ : ضریب کاهش مقاومت، L_d : طول توسعه ورق فولادی، S_L : فاصله طولی گل‌میخ‌های برشی و S_T فاصله عرضی گل‌میخ‌های برشی می‌باشد. طول توسعه ورق فولادی در دیوارهای برشی مرکب، تقریباً دو یا سه برابر ضخامت دیوار برشی در نظر گرفته می‌شود. با چپ‌چین دوباره رابطه (۱۰)، رابطه (۱۱) برای محاسبه فاصله‌ی بین گل‌میخ‌های برشی بر اساس طول توسعه حاصل می‌شود.

$$S \leq \sqrt{\frac{\phi Q_n L_d}{t_p F_y}} \quad (11)$$



شکل ۶- مقایسه وضعیت عملکرد مشترک در حالت الاستیک و پلاستیک با نسبت لاغری $s/t_p=16$

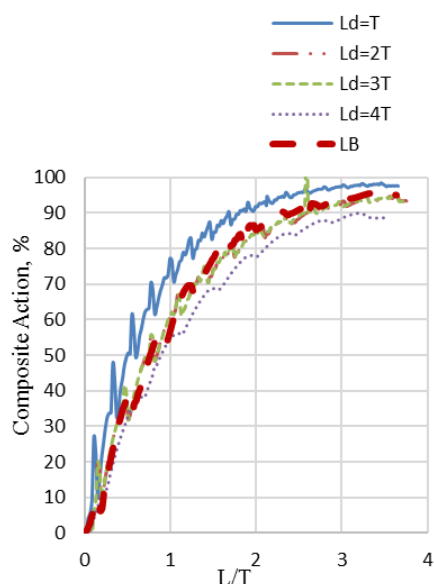
در شکل (۷) تأثیر فاصله‌ی مختلف گل‌میخ‌های برشی را بر روی عملکرد مشترک بین پانل بتنی و ورق فولادی نشان داده شده است.

۶-۴- طراحی فاصله‌ی گل‌میخ‌های برشی

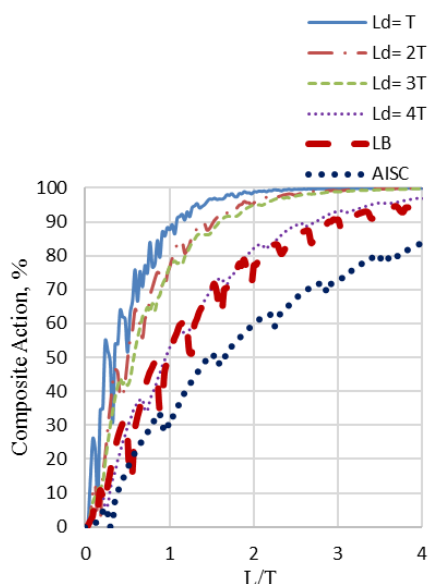
۶-۴-۱- طول توسعه

طول توسعه در دیوارهای برشی مرکب (L_d) با مفهوم طول مهار می‌لگردهای استفاده شده در دیوارهای برشی بتنی مسلح قابل مقایسه می‌باشد. طول توسعه به مقاومت و فاصله‌ی گل‌میخ‌های برشی و درصد عملکرد مشترک در دیوارهای برشی مرکب مرتبط می‌باشد. در صورتی که طول توسعه کوتاهتر باشد در فاصله‌ی گل‌میخ‌های برشی کمتر، برش میان صفحه‌ای بیشتری بین ورق فولادی و پانل بتنی منتقل شده و در نتیجه عملکرد مشترک وضعیت بهتری دارد. بصورت شماتیک مفهوم طول توسعه در شکل (۸) نشان داده شده است.

برای طراحی دیوار برشی مرکب فاصله‌ی عرضی گل‌میخ‌های برشی برابر فاصله‌ی طولی گل‌میخ‌های برشی در نظر گرفته شده است. بنابراین برای محاسبه طول توسعه ورق



شکل ۹- دیاگرام مربوط به $\rho = 0.15$ برای $d/t_p = 1/5$



شکل ۱۰- دیاگرام مربوط به $\rho = 0.04$ برای $d/t_p = 1/5$

۵- نتیجه گیری

در این مقاله ابتدا ضرایب کمانش یک طرفه برای ورق فولادی در دیوارهای برشی مرکب با تعداد گل‌میخ‌های مختلف محاسبه شد، سپس به بررسی عملکرد مشترک و وضعیت کمانش موضعی ورق فولادی در فواصل مختلف گل‌میخ‌های برشی و طول توسعه‌های مختلف پرداخته شده است و درصد عملکرد مشترک حاصل از نمودارهای بدست‌آمده با درصد عملکرد

بعد از محاسبه فاصله‌ی بین گل‌میخ‌های برشی به کمک رابطه (۱۱)، نسبت‌های لاغری برای طول توسعه‌های مختلف تعیین شده است که مقادیر محاسبه شده در جدول (۵) تنظیم شده است. ضخامت ورق فولادی $t_p = 12/7$ mm در نظر گرفته شده است. نسبت لاغری از تقسیم فاصله‌ی محاسبه شده برای گل‌میخ‌های برشی به ضخامت ورق فولادی تعیین می‌شود.

جدول ۵- مقادیر فاصله نظیر کمانش محاسبه شده و آیین‌نامه‌ای

$d/t_p = 1/5$	
$\rho(2t_p/T)$ ٪۲ ٪۳ ٪۴	S/t_p
۱۳ ۱۰ ۹	$L_d = T$
۱۸ ۱۵ ۱۳	$L_d = 2T$
۲۲ ۱۸ ۱۶	$L_d = 3T$
۲۵ ۲۱ ۱۸	$L_d = 4T$
۲۴/۳۲ ۲۴/۳۲ ۲۴/۳۲	LB
d^* : قطر گل‌میخ‌های برشی، LB: معیار کمانش موضعی و ρ : نسبت تقویت‌شده	

بعد از محاسبه‌ی نسبت‌های لاغری برای طول توسعه‌های مختلف مدل‌سازی انجام شده است. فاصله‌ی بین گل‌میخ‌های برشی در این مدل‌ها از مقادیر لاغری محاسبه‌شده در جدول (۵) تعیین می‌شود. در این قسمت ضخامت پانل بتنی برای هر مدل با توجه به نسبت سطح مقطع فولاد به بتن (ρ) تعیین می‌شود. در شکل‌های (۹) تا (۱۲) درصد عملکرد مشترک بین پانل بتنی و ورق فولادی برای مقطع مرکب با طول توسعه‌های مختلف بررسی شده است. همچنین درصد عملکرد مشترک برای حالتی که فاصله بین گل‌میخ‌ها معادل فاصله نظیر کمانش موضعی (LB) است نشان داده شده است.

در منحنی‌هایی که پایین‌تر از منحنی معیار کمانش قرار گرفته‌اند مانند L_d برابر $2T$ ، $3T$ و $4T$ در شکل (۹) و $L_d = 4T$ در شکل (۱۲) کمانش قبل از جاری شدن اتفاق می‌افتد. همچنین در این نمودارها منحنی مربوط به فاصله‌ی پیشنهادی گل‌میخ‌ها توسط آیین‌نامه AISC 2010 با منحنی‌های دیگر مقایسه شده است. مشاهده می‌شود که میزان عملکرد مشترک به ازای این فاصله کاهش زیادی داشته و کمانش موضعی قطعا در ورق فولادی اتفاق می‌افتد بنابراین آیین‌نامه این فاصله را بخوبی برآورد نکرده است و باید نسبت به این فاصله تجدیدنظر داشته باشد.



نسبت لاغری معیار کماتش موضعی کمتر باشد، کماتش موضعی قبل از جاری شدن اتفاق نمی‌افتد و بالعکس.

۳- در بررسی های انجام شده مشخص شد که هرچقدر فاصله ی بین گل‌میخ‌های برشی کاهش یابد، درصد عملکرد کامپوزیت افزایش می‌یابد. زمانی که تعداد گل‌میخ‌های برشی چهار برابر شده، یعنی از $s/t_p = 20$ به $s/t_p = 10$ رسید، عملکرد کامپوزیت در فاصله دو برابر ضخامت دیوار بتنی از ۶۰ درصد به ۹۵ درصد افزایش یافت.

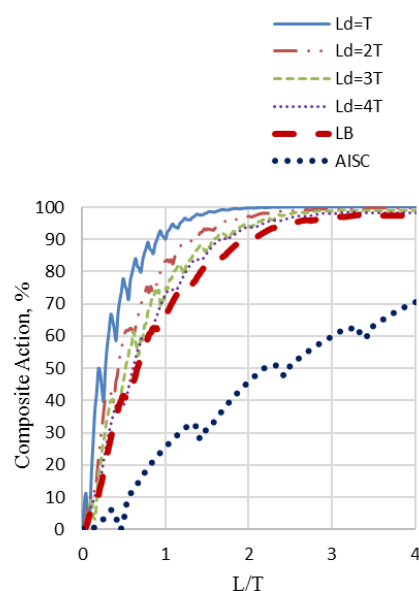
۴- با محاسبه فاصله نظیر کماتش گل‌میخ‌های برشی و مقایسه آن با فاصله نظیر کماتش محاسبه شده از آیین‌نامه 2010 AISC می‌توان نتیجه گرفت که نه تنها آیین‌نامه قادر نیست این فاصله را به درستی تعیین کند بلکه حتی این مقدار را محافظه‌کارانه نیز برآورد نمی‌کند. بنابراین لازم است اصلاحاتی در این خصوص در آیین‌نامه انجام شود.

تقدیر و تشکر

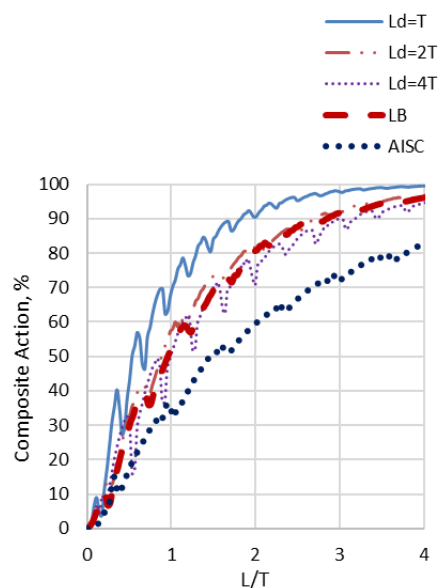
بدینوسیله نویسندگان از همکاری مرکز محاسبات سریع دانشگاه یاسوج در انجام این پژوهش تقدیر و سپاس‌گزاری می‌کنند.

۶- مراجع

- [1] AISC/INC, (2010), *Seismic Provisions for Structural Buildings*, Chicago: American institute of steel construction.
- [2] Zhang, K., Varma, A.H., Malushte, S.R. and Gallocher, S. (2014), "Effect of Shear Connectors on Local Buckling and Composite Action in Steel Concrete Composite Walls", *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 269, pp. 231-239.
- [3] Arabzade, A., Moharami, H. and Ayazi, A. (2011), "Local Elastic Buckling Coefficients of Steel Plates in Composite Steel Plate Shear Walls", *Scientia Iranica A*, Vol. 18, pp. 9-15.
- [4] Smith, S.T., Bradford, M.A. and Oehlers, D.J. (1996), "Elastic Buckling of Unilaterally Constrained Rectangular Plates in Pure Shear", *Engineering Structures*, Vol. 21, pp. 443-453.
- [5] Smith, S.T., Bradford, M.A. and Oehlers, D.J. (1999), "Local Buckling of Side-Plated Reinforced-Concrete Beams. II: Experimental Study", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 125, No. 6, pp. 635-643.
- [6] Smith, S.T., Bradford, M.A. and Oehlers, D.J. (1999), "Local Buckling of Side-Plated Reinforced-Concrete Beams. I: Theoretical Study", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 125, No. 6, pp. 323-339.
- [7] Aastaneh-Asl, A. and Zhao, Q. (2002), "Cyclic Behavior of Traditional and an Innovative Composite Shear Wall", Report no. UCB-Steel-01/2002, department of civil and environmental engineering Berkeley: University of California.
- [8] Ngo, T., Mendis, P., Gupta, A. and Ramsay, J. (2007), "Blast Loading and Blast Effects on Structures", An Overview, The University of Melbourne, Australia, *EJSE Special Issue: Loading on Structures*, pp. 76-91.
- [9] Rahai, A. and Hatami, F. (2009), "Evaluation of Composite Shear Wall Behavior under Cyclic Loadings", *Constructional Steel*, Vol. 65, No. 7, pp. 1528-1537.



شکل ۱۱- دیاگرام مربوط به $\rho = 0.3$ برای $d/t_p = 1/5$



شکل ۱۲- دیاگرام مربوط به $\rho = 0.2$ برای $d/t_p = 1/5$

مشترکی که به ازای فاصله آیین‌نامه بدست می‌آید مقایسه شده است. نتایج بدست‌آمده به شرح زیر می‌باشند.

- ۱- مشاهده شد که هر چه فاصله ی بین گل‌میخ‌های برشی کاهش یابد، نیروهای برشی میان‌صفحه‌ای بیشتر منتقل شده و درصد عملکرد مشترک افزایش می‌یابد.
- ۲- نتیجه گرفته شد که در منحنی‌هایی که پایین‌تر از منحنی کماتش موضعی قرار دارند، کماتش موضعی قبل از جاری شدن اتفاق می‌افتد و بالعکس. بنابراین به طور کلی می‌توان نتیجه گرفت در طول توسعه‌هایی که نسبت لاغری آنها از



international conference on structural mechanics in reactor technology, Tokyo, Japan, pp. 323-328.

- [15] Usami, S., Akiyama, H., Narikawa, M., Hara, K., Takeuchi, M. and Sasaki, N. (1995), "Study on a Concrete Filled Steel Structure for Nuclear Plants (Part 2)", Compressive Loading Tests on Wall Members. In: Transaction of 13th Structural Mechanics in Reactor Technology (SMiRT-13), pp. 21-26.
- [16] Kanchi, M., Kitano, C., Sgawara, D. and Hiragawa, K. (1996), "Experimental Study on a Concrete-Filled Steel Structure, Compressive Test (1)", In: Summary of Technical Papers of Annual Meeting, Architectural Institute of Japan, Structures, pp. 1071-1072.
- [17] Choi, B.J. and Han, H.S. (2009), "An Experiment on Compressive Profile of the Unstiffened Steel Plate-Concrete Structures under Compression Loading", Steel and Composite Structures, Vol. 9, No. 6, pp. 519-534.

[۱۸] ازهری، م. و میرقادی، س.ر. (۱۳۸۵)، "طراحی سازه‌های فولادی"، چاپ چهارم، اصفهان، انتشارات ارکان دانش.

- [10] Rahnavard, R., Hassanipour, A. and Mounesi, A. (2016), "Numerical Study on Important of Composite Steel-Concrete Walls", Constructional Steel, Vol. 121, pp. 441-456.
- [11] Cheng, Ch. and Zhou, D. (2015), "Experimental Study on Seismic Behavior of Composite Concrete and Double-Steel-Plate Shear Walls with Binding Bars", 6th International Conference on Advances in Experimental Structural Engineering, University of Illinois, Urbana-Champaign, United States.
- [12] Hao, T., Cao, W., Qiao, Q., Liu, Y. and Zheng, W., (2017), "Structural Performance of Composite Shear Walls under Compression", Applied Sciences, Vol. 162, No. 7, pp. 1-21.
- [13] Zhang, Y. Li, X. and He, Q., (2016), "Experimental Study on Local Stability of Composite Walls with Steel Plates and Filled Concrete under Concentric Loads", China Civil Engineering Journal, Vol. 49, No. 1, pp. 62-68.
- [14] Akiyama, H., Sekimoto, H., Fukihara, M., Nakanishi, K. and Hara, K. (1991), "A Compression and Shear Loading Tests of Concrete Filled Steel Bearing Wall", Transactions of the 11th

پی نوشت

- ¹ Steel Plate Shear Wall
- ² Composite Steel Plate Shear Wall
- ³ Concrete Damage Plasticity
- ⁴ Shell Edge Load
- ⁵ Dynamic Implicit
- ⁶ Shell
- ⁷ Discrete Rigid
- ⁸ Solide
- ⁹ Linear
- ¹⁰ Assembly
- ¹¹ Hard Contact
- ¹² Embedded Region
- ¹³ Tie
- ¹⁴ Rigid Body Motion