

تحلیل تیر مرکب پیش تنیده به روش مختلط نرمی - سختی و بهینه سازی متغیرهای طراحی

سید محمد حسین نوری رحیم آبادی

استادیار، مهندسی عمران، واحد شهرقدس، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران

* تهران، صندوق پستی ۳۷۴-۳۷۵۱۵، mn.nouri@qodsiau.ac.ir

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۱/۱۷، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۶/۲۷)

چکیده

استفاده از پیش تنیدگی در بتن امروزه پیشرفت زیادی نموده است و بر همین اساس چه از لحاظ عملی و چه از لحاظ نظری دارای پشتوانه محکمی است. بدلیل پیشرفت تکنولوژی در ساخت مصالح با مقاومت بالا نظیر کابل ها، لزوم تحقیقات آزمایشی و تئوری نیز اجتناب ناپذیر است. در این مقاله، روابط در دو حالت کابل پیوسته و غیرپیوسته، برای روش تحلیل ترکیبی نرمی - سختی ارائه شده است. سپس با روش افزایش بار، ابتدا نتایج تحلیل پلاستیک تیر یک دهانه، با روش افزایش کرنش و آزمایش مقایسه گردیده است و سپس به روش تحلیل یک تیر پیوسته دو دهانه مانند پل پرداخته شده است و نهایتاً با بررسی مثال عددی، متغیرهای طول کابل، خروج از مرکزیت کابل و ضخامت تاوه و اجرای پیش تنیدگی قبل از بتن ریزی و پس از آن، از نظر بهینه سازی عملکرد، با نمودار نشان داده شده اند. نتایج اینطور بدست آمده است که در تحلیل به روش ترکیبی به وارون سازی ماتریس های کوچکتری نسبت به روش سختی نیاز است و نتایج در بخش بهینه سازی نشان می دهد با اضافه کردن کابل، بار نهایی در این نمونه افزایش می یابد و خروج از مرکزیت بزرگتر سبب مقاومت داخلی بزرگتری در کل تیر خواهد شد. همچنین اگرچه ضخامت تاوه بتنی، سبب افزایش ظرفیت نهایی در این نمونه ها می شود، ولی در پیش تنیدگی قبل از بتن ریزی بر ظرفیت الاستیک تاثیری ندارد.

واژگان کلیدی

تیر مرکب، پیش تنیده، کابل، عرشه بتنی، تیر فولادی

Analysis of the prestressed composite beams using flexibility-stiffness method and optimization of design variables

S.M.H. Nouri Rahimabadi

Abstract

The use of prestressed concrete has begun progress today and on this basis, both experimental and theoretical has strong backing, but this technique is less concerned with steel, and especially when the combination of concrete and steel is used, the lack of instructions becomes more apparent. In this paper, by presenting the proposed increase in load method, the first results of the plastic analysis of a single-span beam were compared with the strain increase method and the experiment and then, the method of analysis of a continuous double beam with combine of stiffness and flexible method, such as a bridge, has been investigated and finally, the variables of cable length, eccentricity of the cable, and the thickness of the slab in terms of performance optimization, are illustrated by the diagram. It has been found that in the combinatorial method analysis, the inversion of smaller matrices is required compared to the stiffness method, and the results in the optimization section are shown, adding cables will increase the final load bearing in this sample, and a larger eccentricity will cause a larger internal resistance in the beam. Also, although the thickness of the concrete slab strength, increases the final capacity in these specimens, it does not affect the elastic capacity in pre-tension before concrete.

Keywords

Composite beam, Prestressed, Concrete slab, Cable, Steel beam

استفاده از پیش تنیدگی در تیرهای مرکب در صنعت، نه تنها برای بهینه سازی مصرف مصالح و بالا بردن ظرفیت تیرها صورت می گیرد، که برای مقاوم سازی پل های در حال استفاده که امکان توقف بهره برداری وجود ندارد نیز به راحتی قابل استفاده است. به عبارت دیگر پیش تنیدگی در دو حالت قبل و بعد از نصب و یا بتن ریزی تاوه قابل اجراست که در این مقاله به آن نیز پرداخته شده است. در تحلیل سازه ها به روش نرمی نیروهای عضوی به عنوان مجهول در نظر گرفته می شوند، و چون طراحی اعضای سازه به نیروهای اعضاء بیشتر از جابجایی گره ها بستگی دارد، برای برخی محققین جالب تر است. با توسعه روش های برنامه نویسی توسط کامپیوتر و افزایش نرم افزارهای مرتبط، روش سختی به مقدار زیادی جایگزین روش نرمی گردیده است. البته در در بستر تحقیقات علمی، توسعه و بهبود روش های نرمی همچنان در زمینه های پرکاربرد ادامه دارد. برخلاف روش سختی که ابتدا شرایط سازگاری و سپس تعادل نیروها برقرار می گردند، در روش نرمی نخست شرایط تعادل و آنگاه شرایط سازگاری را باید برقرار نمود. بنابراین پژوهشگرانی که به نیروها نیازمندند، روش نرمی را که ابتدا نیروهای نامعینی و عضوی را ارائه می کند، مورد توجه بیشتری قرار داده اند.

به طور رایج، چهار روش برای تحلیل سازه ها به روش نیروها بکار گرفته شده اند که شامل روش های توپولوژیکی، جبری، مختلط توپولوژیکی - جبری و مجتمع هستند [۱]. روش های توپولوژیکی به وسیله ی **Maunder** و **Henderson** [۲ و ۳] برای اسکلت های ساختمانی با گره صلب با به کار بردن انتخاب دستی برای پایه چرخه های مدل گراف آنها توسعه داده شده اند. البته روش های مناسبی برای رایانه ای کردن آنها توسط **Kaveh** [۴ و ۵] ارائه شده است. روش های جبری توسط **Kaneko** و همکارانش [۶]، روش های مختلط توپولوژیکی - جبری به وسیله ی **Gilbert** و همکارانش [۷] به کار گرفته شده است. روش مجتمع نیروها به وسیله ی **Patnaik** گسترش یافته است که معادلات تعادل و سازگاری را به طور همزمان بر حسب متغیرهای نیرویی بکار می گیرد [۸ و ۹]. روش های پاره سازی به دلیل امکان پردازش موازی و کاربرد در برنامه های محاسباتی رایانه ای در تحلیل مسائل بزرگ مقیاس، از نکات مورد توجه در تحقیقات **Kaveh** و **Roosta** [۱۰-۱۲] بوده است. در این مقاله با استفاده از پاره سازی و روش ترکیبی نرمی - سختی به تحلیل تیر مرکب پیش تنیده پرداخته شده است.

اگرچه امروزه تحقیقات زیادی در زمینه تیر مرکب پیش تنیده در کشورهای پیشرو در زمینه پیش تنیدگی صورت می گیرد که از جمله آن به تحقیق **Elzohairy** و **Salim** در سال ۲۰۱۷ [۱۳] که رفتار تیر مرکب را به روش اجزای محدود در محدوده لنگر مثبت و همچنین لنگر منفی، با رفتار غیر خطی بررسی و شبیه سازی نمودند، ولی تاریخچه تحقیقات به گذشته دور برمی گردد. در سال ۱۹۶۰ توسط **Hoadly** [۱۴] با روش انرژی، حد پایین و بالای مقاومت نهایی تیر مرکب بدست آورد.

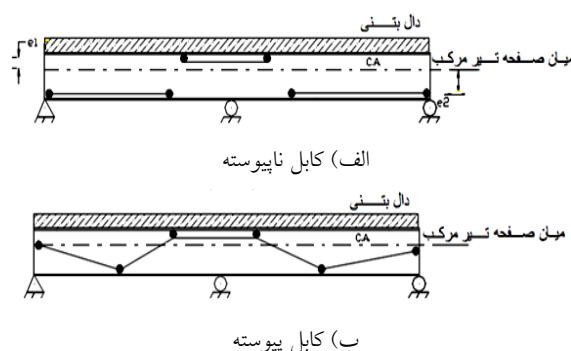
در سال ۱۹۶۶ توسط **Reagan** و **Krahl** [۱۵] با روش مقاومت نهایی و با در نظر گرفتن افزایش کرنش در تار انتهایی فولاد، یک حل عددی بر اساس تعادل نیروها در مقطع و سازگاری تغییر شکل ها تا گسیختگی کل تیر ارائه شد. که با نتایج آزمایش مقایسه گردید که نشان می داد روش آنان از تقریب خوبی برخوردار است. در سال های ۱۹۸۹ تا ۱۹۹۱ توسط **Saadatmanesh** [۱۶-۱۸]، بر اساس تنش بهره برداری و روش مقاومت نهایی و همچنین با روش سختی و مختلط در حالت الاستیک، تیرها را در لنگرهای مثبت و منفی بررسی نمود و روابطی جهت طراحی نیز ارائه کرد. **Saadatmanesh** [۱۹] تیر یک دهانه را مورد آزمایش قرار داد و با روش افزایش کرنش در قبل، تحلیل و مقایسه کرد.

Chen و **Gu** [۲۰] در سال ۲۰۰۵ مطالعاتی در رابطه پیش بینی نهایی نیروی کابل و تعیین ظرفیت تیرهای مرکب پیش تنیده با مقایسه با آزمایش انجام دادند و روابط ساده شده ای برای تعیین نیروی کابل ارائه کردند. ظرفیت نهایی تیرهای پیش تنیده با روش دیگر برای ارزیابی کابل با افزایش کشش تا گسیختگی و استحکام خمشی تیر بدون نیاز به تجزیه و تحلیل غیر خطی کل سازه، توسط **Zona** و همکارانش [۲۱] معرفی شده است. **Jiang** و همکارانش [۲۲] در سال ۲۰۱۵ علاوه بر بررسی پیش تنیدگی در تیر مرکب با تیر فلزی جعبه ای به جمع بندی مقالاتی که به زبان های انگلیسی، چینی و ژاپنی نگاشته شده بود به ناپایداری جان تیر و رفتار لرزه ای پرداختند. این مقاله علاوه بر در نظر گرفتن رفتار الاستوپلاستیک برای تیرهای یک دهانه به صورت افزایش بار و رفتار الاستیک با روش پاره سازی و مختلط سختی و نرمی برای تیرهای یک و چند دهانه، نتایج را در مقایسه آنها ارائه می کند که قابل گسترش به رفتار پلاستیک می باشد.



۲-۱- الگوسازی نظری

سازه تیر مرکب تنیده، می‌تواند هم به صورت یک دهانه و هم به صورت یکسره با کابل ناپیوسته، شکل (۱-الف) و یا با کابل پیوسته، شکل (۱-ب) ساخته شود. برای یک طرح اقتصادی مطلوب، تیر فولادی در ناحیه لنگر مثبت در تیر بایستی قبل از اجرای بتن ریزی و یا کارگذاری تاوه پیش ساخته، پیش‌تنیده گردد.



شکل ۱- تیر مرکب پیش تنیده مورد بررسی

اگر پیش‌تنیدگی پس از بتن ریزی باشد، مقدار نیروی پیش‌تنیدگی را باید به نحوی محاسبه کرد که باعث ترک خوردگی بتن در ناحیه لنگر منفی نشود. چون، معمولاً پیش‌تنیدگی قبل از بار زنده به تیر اعمال می‌گردد حتی در قسمتی از تیر که پس از بارگذاری در ناحیه لنگر مثبت قرار می‌گیرد، می‌تواند سبب کشش در بتن شود. بنابراین در ناحیه لنگر منفی تیر فولادی باید ابتدا پیش‌تنیده شده و سپس به تاوه پیش‌ساخته پیش‌تنیده متصل گردد.

پیش‌تنیدگی تیرهای مرکب همان قدر که برای سازه‌های نوساز مفید است، برای مقاوم سازی سازه‌های قدیمی می‌تواند موثر باشد و وقتی عرشه پل‌ها مورد مرمت و تعویض قرار می‌گیرند می‌توان آن‌ها را پیش‌تنیده ساخت. برای سازه تیر مرکب پیش‌تنیده چون در اثر پیش‌تنیدگی، بال کششی تیر دارای تنش فشاری خواهد شد و جاری شدن آن را به تاخیر خواهد انداخت، لذا محدوده الاستیک تیر افزایش می‌یابد. همچنین به دلیل افزایش محدوده رفتار الاستیک و اینکه بال کششی تیر در محدوده کشش-فشار متناوب تحت تنش کوچکی قرار می‌گیرد، تنش خستگی مجاز اصلاح می‌شود و مقاومت به خستگی بهبود می‌یابد. از نظر تحلیلی سازه دارای نامعینی داخلی

می‌شود، بنابراین یک لنگر داخلی ناشی از نیروی کششی کابل و یک نیروی فشاری تاوه در تیر اضافه می‌شود و ظرفیت نهایی تیر اضافه خواهد شد. به دلیل افزایش ظرفیت نهایی تیر، می‌توان وزن سازه را کاهش داد و با استفاده از کابل‌های با مقاومت بالا، از مصالح سایر اجزای سازه استفاده بهینه کرد. اگرچه استفاده از بتن با مقاومت فشاری بالا و فولاد پرمقاومت، موجب طراحی اعضای ظرفیتی می‌شود ولی بدلیل ارتباط متقابل خیز و ترک در مرحله بهره برداری مانع بزرگی بوجود می‌آید.

۲-۲- فرضیات و روش تحلیل

یک تیر مرکب پیش‌تنیده از سه ماده تشکیل شده است. این سه ماده عبارتند از بتن، تیر فولادی و فولاد با مقاومت بالا که هر کدام دارای رفتار غیر خطی در رابطه تنش-کرنش می‌باشند. برای تیر فولادی و کابل منحنی تنش کرنش، ارتجاعی خمیری ایده‌آل، شکل (۲-الف)، مطابق نتایج آزمایشات مرجع [۱۴] فرض شده است. رفتار کابل از آزمایش بدست می‌آید و اگرچه در این مقاله به صورت الاستو پلاستیک کامل فرض شده است ولی کرنش آن مطابق آزمایش، به پنج درصد محدود شده است و به این دلیل تفاوتی بین رفتار کابل و میلگرد فرض نشده است و تنها سطح مقطع و ظرفیت نهایی و کرنش نهایی آن دو متفاوت در نظر گرفته شده است. برای بتن تاوه نیز منحنی تنش-کرنش بتن بر اساس پیشنهاد مرجع [۱۴]، مطابق منحنی، شکل (۲-ب) فرض شده است. این منحنی رفتاری مصالح به منظور صحت سنجی نتایج روش پیشنهادی با نتایج آزمایش مرجع [۱۸] که به منحنی هوگنشتاد شناخته می‌شود، صورت گرفته است و برای جلوگیری از گسیختگی ناگهانی شیب قسمت دوم برابر صفر در نظر گرفته شده است [۱۸]. رفتار سازه بر اساس نظریه مقاومت مصالح در محدوده تغییر شکل‌های کوچک است، یعنی شکل هندسی و معادلات تعادل برای قبل از بارگذاری برای بعد از آن نیز صادق هستند. صفحات قبل از خمش، بعد از خمش نیز به صورت صفحه باقی می‌مانند. جهت ساده سازی روابط، از افت اصطکاکی بین کابل و غلطک‌هایی که مسیر کابل را روی تیر مشخص می‌کنند، و همچنین از اثر افت و خزش بتن و اثر سستی کابل صرف‌نظر می‌شود. اگرچه این فرضیات هر کدام به تنهایی موضوع تحقیق پژوهشگران بوده‌اند.

در این تحقیق با استفاده از روش اجزای محدود، برنامه‌ای به زبان FORTRAN نوشته شده است که از دو روش سختی و نرمی برای تحلیل تیر مرکب پیش‌تنیده سود می‌برد و بارگذاری از صفر تا ظرفیت نهایی تیر به تدریج افزایش داده می‌شود.

$$[F] = \begin{bmatrix} E_c^T F_U E_c & E_c^T F_U E_b \\ E_b^T F_U E_c & E_b^T F_U E_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{cc} & F_{cb} \\ F_{bc} & F_{bb} \end{bmatrix} \quad (5)$$

به منظور برقراری شرط سازگاری در تیر و کابل، تغییر مکان‌های گرهی با تغییر شکل‌های عضوی باید مرتبط گردند. این شرط در صورتیکه از ماتریس نرمی کل سازه تیر پیش‌تنیده استفاده گردد، به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$\{D\}_G = \begin{pmatrix} D_c \\ D_b \end{pmatrix}_G = (E_c | E_b)^T \cdot \begin{pmatrix} D_c \\ D_b \end{pmatrix}_E, \quad (6)$$

$$\{D\}_b = [E_b]^T \{D\}_E, \quad \{D\}_c = [E_c]^T \{D\}_E$$

به جای استفاده از روابط فوق، که ماتریس نرمی کل سازه را در بر می‌گیرد، می‌توان به دو صورت عمل کرد. ابتدا شرط سازگاری بین تیر و کابل را نشان می‌دهیم:

$$[F_{bc}]\{P_c\} + [F_{bb}]\{P_b\} - [K]_b^{-1} \{P_b\} = \{0\}, \quad (7)$$

$$[F_{bc}]\{P_c\} + ([F_{bb}] - [K]_b^{-1})\{P_b\} = \{0\},$$

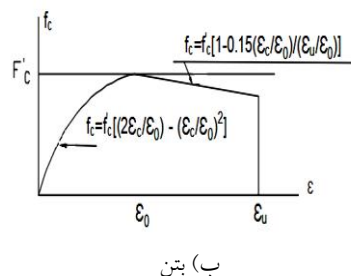
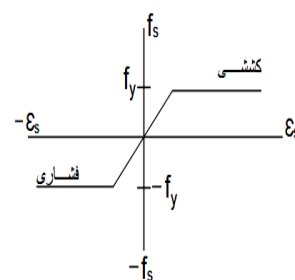
$$\{P_b\} = -([F_{bb}] - [K]_b^{-1})^{-1} [F_{bc}]\{P_c\}$$

برای تحلیل در روش نخست، در تیر با کابل غیرپیوسته هر قطعه کابل را به عنوان یک زیر سازه در نظر گرفته و به روش نرمی، آن را تحلیل می‌کنیم. در این صورت ماتریس نرمی این زیر سازه‌ها که به شکل بلوک‌های قطری 1×1 هستند و به جای محاسبه ماتریس نرمی به صورت یکجا، حافظه کمی را در محاسبات رایانه‌ای اشغال می‌کنند. هرچه تعداد قطعات کابل بیشتر باشد، این روش کارایی بیشتری نشان می‌دهد. شکل کلی ماتریس نرمی به صورت زیر است:

$$[F] = \begin{bmatrix} K_c^{-1} & Z \\ Z & F_c \end{bmatrix} \quad (8)$$

Z ماتریس با درایه‌های صفر است [25]. به عبارت دیگر برای بدست آوردن نیروی کابل نیاز به وارون سازی کل ماتریس نرمی و یا سختی نیست و این زیر ماتریس‌ها به تعداد درجات آزادی تیر پیش‌تنیده و تعداد قطعات کابل می‌باشد. روش دیگر در تیر با کابل پیوسته استفاده می‌شود که با محاسبه ΔX و ΔY در انتهای تکیه‌گاه‌های کابل در نشیمنگاه‌ها و دو انتهای تیر و افزودن آنها به هم، تغییر طول کل کابل را بدست می‌آوریم و نیروی متناظر آن به کابل در تکیه‌گاه‌ها و تیر اعمال می‌شود.

در این روش کابل آزادانه روی غلطک‌های داخلی می‌لغزد ابتدا تیر مرکب پیش‌تنیده به صورت تیر یکسره با کابل بریده شده در نظر گرفته می‌شود، شکل (3-الف). سپس تغییر مکان انتهای کابل (δ_p) در اثر بارهای اعمالی محاسبه می‌شود شکل (3-ب). یک نیروی ΔT که در اثر بار قائم تیر در کابل ایجاد می‌شود، به دو انتهای کابل وارد می‌کنیم تا قطع شدگی را وصل نماید، شکل (3-ج). و در انتها شرایط سازگاری بین تیر و



شکل ۲- منحنی‌های رفتاری اجزای تیر مورد مطالعه

در سازه‌هایی که مشخصات سختی و نرمی به یک اندازه می‌توانند تاثیرگذار باشند، استفاده ترکیبی از این دو روش موثرتر است تا نقاط ضعف هریک از دو تحلیل توسط دیگری پوشش داده شود [1]. سازه‌های نامعین به تنهایی با استفاده از معادلات تعادل حل نمی‌شوند و شرایط سازگاری می‌بایست به تعداد مورد نیاز و کافی بدست آید [23 و 24]. در روش تحلیل ترکیبی، تیر مرکب به اجزای با ماتریس سختی قابی با شش درجه آزادی در هر گره تقسیم می‌شود و برای منظور کردن اثر کابل از روش نرمی استفاده می‌شود. با در نظر گرفتن کابل به عنوان عضو مجهول اضافی، روابط اساسی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\{D\}_G = [F] \{P\}_G \quad (1)$$

$$F = E^T F_U E \quad (2)$$

که در آن F ماتریس نرمی سازه، F_U ماتریس نرمی مجزای سازه که ماتریس نرمی اعضا را در روی قطر خود دارد و تبدیل بارگذاری به نیروهای داخلی به کمک ماتریس مبدل نیرویی E صورت می‌گیرد. چنانچه این ماتریس را به دو بخش نیروهای تیر و نیروی کابل تقسیم کنیم خواهیم داشت:

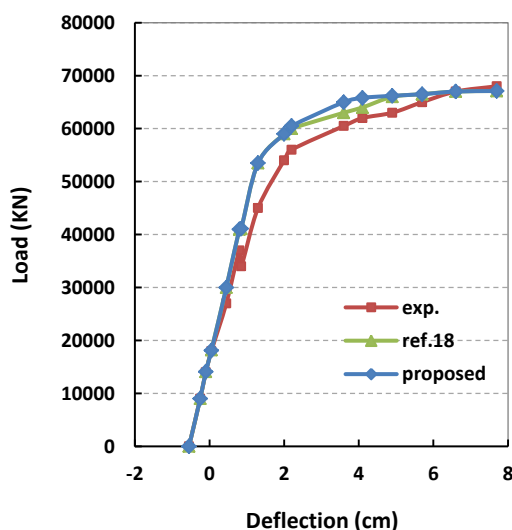
$$E = (E_c | E_b) \quad (3)$$

$$\{P\}_E = (E_c | E_b) \begin{pmatrix} P_c \\ P_b \end{pmatrix} \quad (4)$$

بنابراین شکل کلی ماتریس نرمی خواهد شد:

کابل برقرار می‌شود.

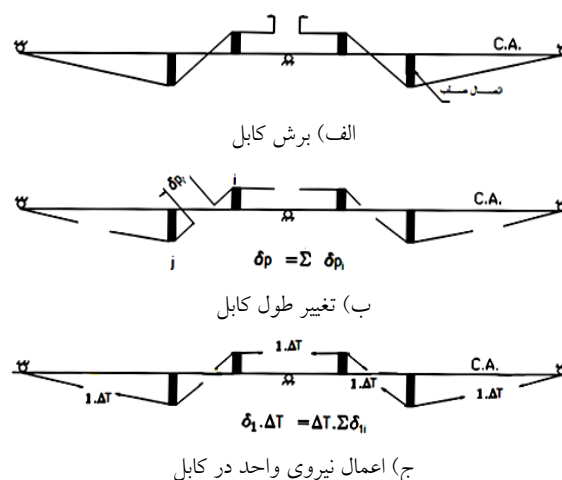
مقایسه نتایج آزمایش با روش پیشنهادی نشان می‌دهد این روش به خوبی قابلیت پیش بینی رفتار تیر یک دهانه تا لحظه گسیختگی را دارد. ظرفیت نهایی مقطع را می‌توان با فرض جاری شدن کل مقطع و توزیع تنش مستطیلی در تیر فولادی به دست آورد، شکل (۵).



شکل ۵- مقایسه آزمایش، روش افزایش کرنش و روش پیشنهادی

بررسی تیر یک دهانه در شکل (۶) نشان می‌دهد که هنگامی که نیروی پیش تنیدگی صفر است، باربری در حالت الاستیک به نحو قابل ملاحظه‌ای از حالت پیش تنیده کمتر است. اگرچه صرف وجود کابل ظرفیت نهایی را افزایش می‌دهد، ولی وجود نیروی پیش تنیدگی هم در حالت الاستیک و هم در حالت پلاستیک، مقاومت نهایی را حدود ۱۵ تا ۲۰ درصد افزایش می‌دهد. برای کاهش خیز در حالت الاستیک نیاز به ایجاد خیز منفی در تیر می‌باشد.

برای تیر یک دهانه‌ای دیگر، بار گسترده در نظر گرفته شده است که بارگذاری از صفر تا ظرفیت نهایی افزایش داده شده است. شکل (۷-الف) و (۷-ب)، رفتار تیر در دو وضعیت قبل و بعد از بتن ریزی با متغیر ضخامت تاوه نشان می‌دهد. اگرچه مقاومت نهایی در سه ضخامت با هم متفاوت است ولی خیز در مراحل اولیه بارگذاری تا پایان حالت الاستیک تفاوت زیادی ندارد و در حالتی که پیش تنیدگی قبل از بتن ریزی صورت گرفته باشد بیشتر نمایان است. وقتی ضخامت تاوه افزایش می‌یابد، در اثر بار مرده بتن تازه، خیز حتی از حالت معکوس نیز خارج می‌شود و در پایان حالت الاستیک تفاوت محسوسی در خیز و ظرفیت بین دو وضعیت دیده نمی‌شود.



شکل ۳- مراحل تحلیل تیر با کابل پیوسته

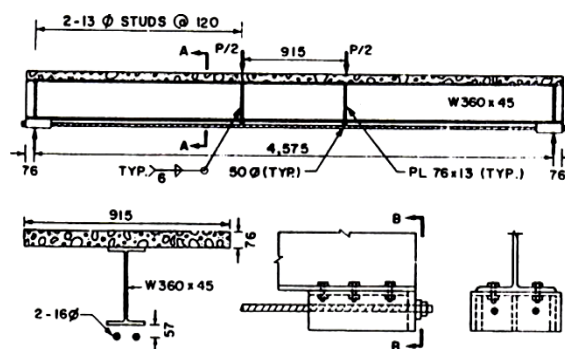
شرط سازگاری در این حالت به صورت زیر است:

$$\delta_p = (\delta_1 - L/EA)\Delta T \quad (9)$$

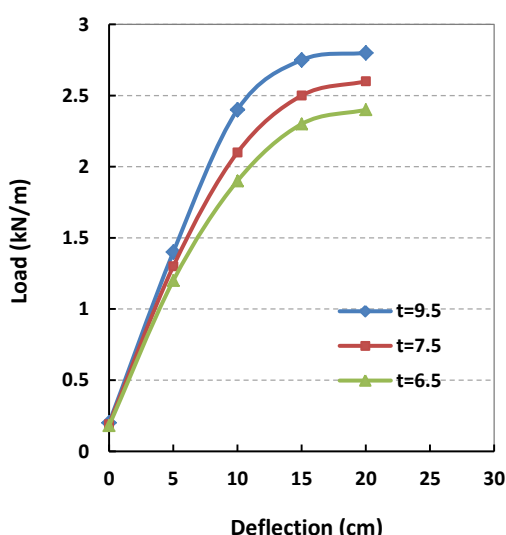
۳- بحث و بررسی نتایج آزمایش و روش پیشنهادی

به منظور بررسی روش پیشنهادی و همزمان صحت سنجی روش، که علاوه بر این، بررسی متغیرها را نیز در بر گیرد، دو تیر یک دهانه و دو دهانه که در مراجع دیگر مورد آزمایش قرار گرفته‌اند، مورد بررسی قرار گرفته‌اند. تیر A تیر یک دهانه، که تیر مورد آزمایش مرجع [۱۸] با مشخصات نشان داده شده است، از تاوه بتنی با مقاومت فشاری ۲۷/۶ MPa و تیر فولادی با مقاومت جاری شدن ۳۴۵ MPa و میلگرد پیش تنیدگی به قطر ۱۶ میلیمتر با تنش کششی جاری شدن ۹۱۰ MPa و تنش کششی نهایی ۱۰۹۰ MPa تشکیل شده است که تحت کشش اولیه ۹۸ kN قرار دارد و طول این تیر ۴۵۷۰ mm است [۱۸].

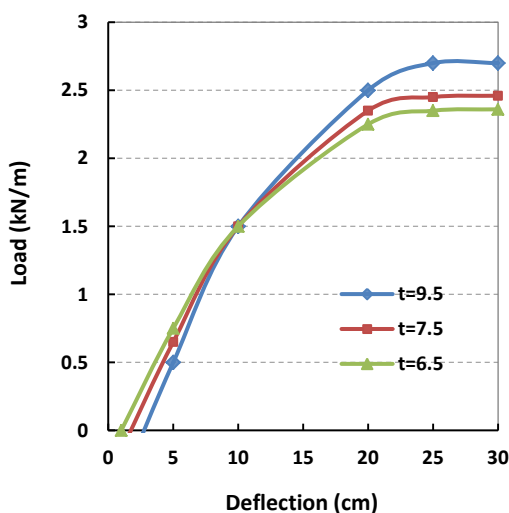
شکل (۴).



شکل ۴- مشخصات تیر مورد مطالعه [۱۸]



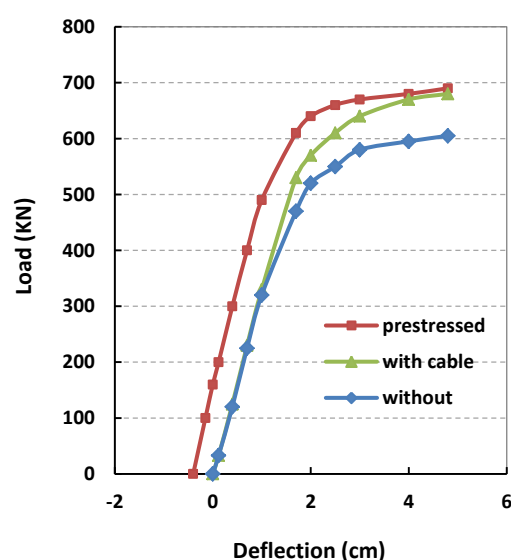
الف) تغییر ضخامت تاوه، پیش تنیدگی بعد از بتن ریزی



ب) اثر ضخامت تاوه، پیش تنیدگی قبل از بتن ریزی

شکل ۷- بررسی تغییر ضخامت تاوه

اثر متغیر طول کابل Lt بر افزایش نیروی پیش تنیدگی و خیز تیر در شکل (۹-الف) و (۹-ب) ارائه شده است. در این حالت خروج از مرکزیت ثابت فرض می‌شود. در حالت کابل ناپیوسته هرچه طول کابل بیشتر شود، مقدار افزایش نیروی کابل کاهش می‌یابد ولی در حالت کابل پیوسته، زمانی که طولی از کابل در پایین تار خنثی در ناحیه لنگر مثبت و کابل در بالای تار خنثی در ناحیه لنگر منفی قرار می‌گیرد بیشترین افزایش اتفاق می‌افتد. لنگر در تکیه‌گاه میانی با افزایش طول کابل تا ۹۰ درصد کاهش می‌یابد باید دانست بهترین حالت در خیز میانی و لنگر تکیه‌گاهی زمانی اتفاق می‌افتد که طول کابل در بالا و پایین تار خنثی دقیقاً محدوده‌های لنگر منفی و مثبت را پوشش داده

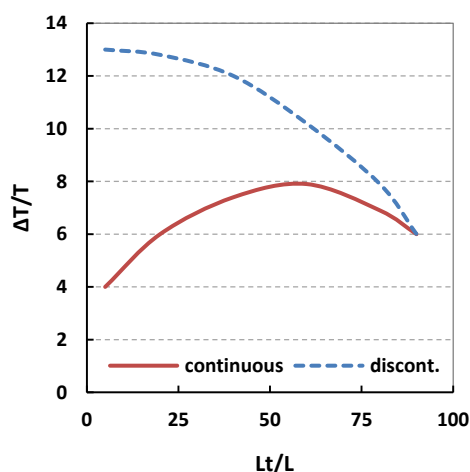


شکل ۶- اثر کابل و پیش تنیدگی بر خیز و مقاومت نهایی

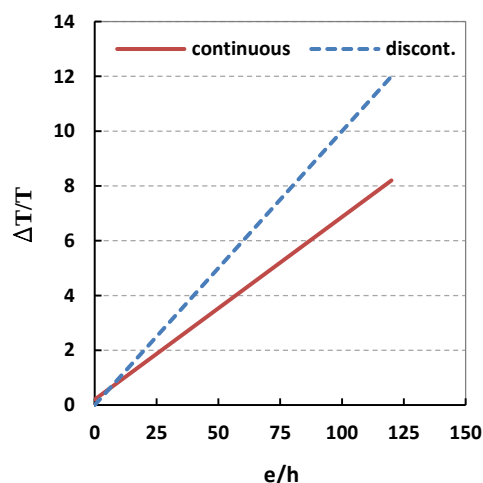
تیر B که تیر دو دهانه مشابه شکل (۱) است، با استفاده از روش پیشنهادی برای تیرهای معرفی شده در مرجع [۱۸]، به صورت تیر پیوسته دو دهانه به طول ۱۹/۵ متر و از نوع W755X145 با تاوه بتنی به ابعاد ۱۶/۵×۲۱۰ سانتیمتر بررسی شده است. کابل پیش تنیدگی به قطر ۲۵ میلیمتر که در دو وضعیت پیوسته و ناپیوسته نصب گردیده‌اند. تنش جاری شدن در فولاد ۳۴۵ MPa در کابل ۷۲۴ MPa و مقاومت نهایی آن ۱۰۳۴ MPa و مقاومت فشاری بتن ۲۷/۶ MPa فرض شده‌اند. بار به صورت گسترده برابر ۲۵ N/mm در طول تیر وارد شده است که تقریباً برابر بار مجاز تیر قبل از پیش تنیدگی است. خروج از مرکزیت کابل در پایین و بالای تار خنثی به ترتیب ۸۸۰ mm و ۵۱ mm است. متغیرهای مورد تحقیق، طول کابل، خروج از مرکزیت و ضخامت تاوه می‌باشد.

برای بررسی تغییرات خروج از مرکزیت کابل با فرض ثابت بودن نیروی پیش تنیدگی شکل‌های (۸-الف) تا (۸-ج) رسم شده است. لنگر در تکیه‌گاه میانی با افزایش خروج از مرکزیت تا ۵۰ درصد و همینطور خیز میانی تیر، کاهش می‌یابد و تفاوت بین دو حالت کابل پیوسته و ناپیوسته محسوس نیست و تاثیر به یک اندازه است. اگرچه با افزایش خروج از مرکزیت، در اثر وجود بار قائم، به آرامی نیروی پیش تنیدگی افزایش می‌یابد ولی در دو حالت کابل پیوسته و ناپیوسته در حدود ۵ درصد متفاوت است. در کل می‌توان نتیجه گرفت به دلیل مزیت خروج از مرکزیت بزرگ‌تر، حتی بهتر است که کابل را پایین‌تر از بال پایینی تیر نصب کرد.

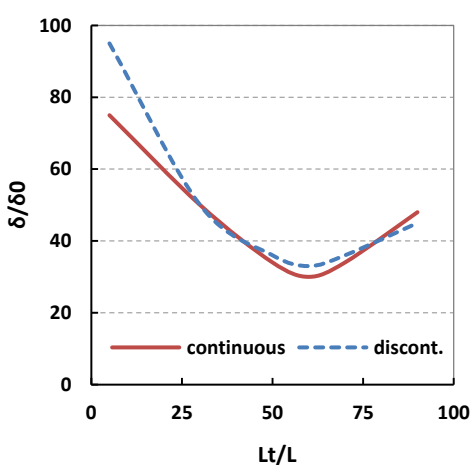
باشند و در غیر این صورت زیان آورند.



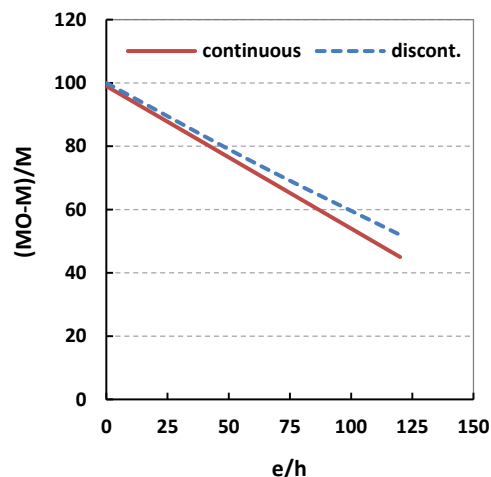
الف) اثر افزایش طول کابل بر نیروی پیش تنیدگی



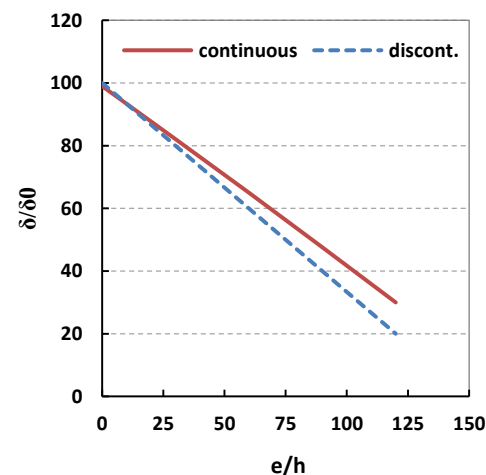
الف) اثر خروج از مرکزیت کابل بر افزایش نیروی کابل



ب) اثر افزایش طول کابل بر خیز در وسط دهانه



ب) اثر خروج از مرکزیت کابل بر لنگر تکیه گاه داخلی



ج) اثر خروج از مرکزیت کابل بر خیز در وسط دهانه

شکل ۸- بررسی خروج از مرکزیت کابل

شکل ۹- بررسی افزایش طول کابل

۴- نتیجه گیری

در این تحقیق با بکار گیری روش مختلط نرمی و سختی به بررسی تیر مرکب پیش تنیده پرداخته می شود که با روش افزایش بار تا گسیختگی نهایی دنبال می گردد. اگرچه بخش هایی از این تحقیق در مقالات مختلف با روش های دیگر صورت گرفته است، اما با این روش در حالت الاستیک و الاستو پلاستیک در تیر یک دهانه و چند دهانه جدید است.

اضافه کردن کابل به تیر مرکب غیر پیش تنیده بار نهایی را در این نمونه حدود ۱۵ درصد افزایش می دهد که ناشی از افزایش ظرفیت مقطع در اثر ظرفیت کابل در لنگر داخلی مقطع است. همینطور پیش تنیدگی کابل، بار جاری شدن را افزایش می دهد ولی تاثیری در بار نهایی نسبت به حالت تیر مرکب با کابل بدون پیش تنیدگی ندارد زیرا در ابتدای جاری شدن اجزای

T	نیروی کششی
t	ضخامت
$C.A.$	تار خشتی
علائم یونانی	
ΔT	افزایش نیروی کابل
ε	کرنش

زیرنویس

f	سیال
b	تیر
c	بتن، کابل
e	الاستیک
i	متغیر شمارنده
s	فولاد
t	کابل
u	نهایی
γ	جاری شدن

۷- مراجع

- [1] Farzad, D. and Mostafa, K. (2011), "Graph theoretical methods for improving the conditioning of flexibility matrix of structures", Journal of Civil Engineering, Vol. 22, pp. 27-44.
- [2] Henderson, J.C. de C., (1960), "Topological aspects of structural analysis", Aircraft Engineering, Vol. 32, pp. 137-141.
- [3] Maunder, E.A.W. (1971), "Topological and linear analysis of skeletal structures", Ph.D. Thesis, London University, Imperial College.
- [4] Kaveh, A. (1976), "Improved cycle bases for the flexibility analysis of structures", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 9, pp. 267-272.
- [5] Kaveh, A. (1974), "The application of topology and metroid theory to the analysis of structures", Ph.D. Thesis, London University, Imperial College.
- [6] Kaneko, I., Lawo, M. and Thierauf, G. (1982), "On computational procedures for the force method", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 18, pp. 1469-1495.
- [7] Gilbert, J.R. and Heath, M.T. (1987), "Computing a sparse basis for the null space", SIAM Journal on Algebraic Discrete Methods, Vol. 8, pp. 446-459.
- [8] Patnaik, S. (1986), "The integrated force method versus the standard force method", Computers & structures, Vol. 22, pp. 151-163.
- [9] Patnaik, S. (1986), "The variational energy formulation for the integrated force method", AIAA journal, Vol. 24, pp. 129-137.
- [10] Kaveh, A. and Roosta, G. (1995), "Graph-theoretical methods for substructuring and ordering", Proceedings of the 10th European Conference on Earthquake Engineering, pp. 1461-1466.

مقطع، هنوز نیروی اولیه پیش تنیدگی خشی نشده است.

برای استفاده از اثر پیش تنیدگی بر خیز تیر، لازم است خیز منفی ایجاد کرد و این موضوع تاثیری بر ظرفیت نهایی ندارد. که البته در زمانی که پیش تنیدگی قبل از بتن ریزی عرشه باشد، مطلوب تر است و سبب خشی شدن خیز ناشی از بتن تازه نیز خواهد شد. خروج از مرکزیت بزرگتر سبب مقاومت داخلی بزرگتری در کل تیر خواهد شد، بنابر این کابل را در صورت امکان باید در زیر بال پایینی قرار داد و اتصالات لازم برای تکیه گاه کابل به تیر از نظر تنش های موضعی کنترل گردد که از بحث این مقاله خارج است.

اگرچه ضخامت تاوه بتنی، چه در حالت پیش تنیدگی قبل از بتن ریزی و یا بعد از بتن ریزی سبب افزایش ظرفیت نهایی حدود ۲۰ درصد در این نمونه ها می شود، ولی در پیش تنیدگی قبل از بتن ریزی بر ظرفیت الاستیک تاثیری ندارد، زیرا هنوز در ظرفیت باربری مقطع مشارکتی ندارد و پس از سخت شدن در لنگر داخلی مقطع در نظر گرفته می شود.

افزایش طول کابل در تیرهای چند دهانه به تنهایی تاثیر مثبتی بر ظرفیت باربری ندارد و بایستی طول کابل و محل اتصال، متناسب با طول محدوده لنگر مثبت و منفی انتخاب شود و چنانچه به دلایل اجرایی از محل اتصال به صورت تیپ استفاده شود، از مصالح بکار گرفته شده، استفاده بهینه به عمل نخواهد آمد.

۵- تقدیر و تشکر

نویسنده بر خود لازم می داند بدین وسیله از کلیه کسانی که به نحوی در انجام این مقاله یاری رساندند، قدردانی و تشکر نماید.

۶- فهرست علائم

علائم انگلیسی

A	مساحت
E	مدول الاستیسیته
e	خروج از مرکزیت
F	نیروی کششی
f'	تنش فشاری نهایی
f	تنش
L	طول دهانه تیر
M	لنگر
P	بار



- [11] Kaveh, A. and Roosta, G. (1997), "Domain decomposition for finite element analysis", *Communications in numerical methods in engineering*, Vol. 13, pp. 61-71.
- [12] Kaveh, A. and Roosta, G. (1995), "Graph-theoretical methods for substructuring, subdomaining and ordering", *International Journal of Space Structures*, Vol. 10, pp. 121-131.
- [13] El-zohairy, A. and Salim, H. (2017), "Parametric study for post-tensioned composite beams with external tendons", Vol. 20, pp. 1433-1450.
- [14] Hoadly, H.M. (1963), "Bridge girders with prestressed composite tension flanges", *Journal of the Structural Division*, Vol. 89, pp. 21-34.
- [15] Reagan, R. and Krah, N. (1966), "Behavior of prestressed composite beams", *Journal of the Structural Division*, Vol. 93, pp. 87-108.
- [16] Saadatmanesh, H., Albrecht, P. and Ayyub Bilal, M. (1989), "Guidelines for flexural design of prestressed composite beams", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 115, pp. 2944-2961.
- [17] Ayyub Bilal, M., Sohn Young, G. and Saadatmanesh, H. (1990), "Prestressed composite girders under positive moment", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 116, pp. 2931-2951.
- [18] Saadatmanesh, H., Albrecht, P. and Ayyub Bilal, M. (1989), "Analytical Study of Prestressed Composite Beams", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 115, pp. 2364-2381.
- [19] Saadatmanesh, H., Albrecht, P. and Ayyub Bilal, M. (1989), "Experimental study of prestressed composite beams", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 115, pp. 2348-2363.
- [20] Chen, S. and Gu, P. (2005), "Load carrying capacity of composite beams prestressed with external tendons under positive moment", *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 61, pp. 515-530.
- [21] Zona, A., Ragni, L. and Dall'Asta, A. (2009), "Simplified method for the analysis of externally prestressed steel-concrete composite beams", *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 65, pp. 308-313.
- [22] Jiang, R.J., Au, F.T.K. and Xiao, Y.F. (2015), "Prestressed concrete girder bridges with corrugated steel webs: Review", Vol. 141, pp. 1-9.
- [23] Rahami, H., Kaveh, A., Asl, M.A. and Mirghaderi, S. (2015), "Finite element analysis using mixed force-displacement method via singular value decomposition", *IJST, Transactions of Civil Engineering*, Vol. 39, pp. 1-19.
- [24] Kaveh, A., Rahami, H. and Mehanpour, H. (2013), "Application of Kronecker product to the analysis of modified regular structures", *IJST, Transactions of Civil Engineering*, Vol. 37, pp. 191-202.
- [25] Rahami, H., Kaveh, A., Ardalan Asl, M. and Mirghaderi, S. (2013), "Analysis of near-regular structures with node irregularity using SVD of equilibrium matrix", *International Journal of Civil Engineering*, Vol. 11, pp. 226-239.